

# 806

(5 יח"ל, שאלון 581)

## בגרויות במתמטיקה

לכל השאלות בחוברת פתרונות וידאו מלאים  
באפליקציית MY.GEVA ובאתר [MY.GEVA.CO.IL](https://MY.GEVA.CO.IL)

מדהים! מה הלאה?



מורידים את האפליקציה MY.GEVA



סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה



צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה



מפציצים בבגרות



יואל גבע



עדכני ל-2020-2019

# הקדמה

מורים ותלמידים יקרים,  
אנו שמחים להגיש לכם חוברת הכנה לקראת הבגרות במתמטיקה  
לשאלון 806 (5 יחידות לימוד).

בחוברת תמצאו את 33 מבחני הבגרות שנערכו עד היום בשאלון 806  
(מועדי חורף וקיץ), עד וכולל מועד ב', קיץ 2019.

## מה מיוחד בחוברת זו?

לכל השאלות בחוברת קיימים סרטוני וידאו הכוללים פתרונות מלאים  
באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

## כיצד צופים בסרטון פתרון?

נכנסים לאתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)  
בוחרים את מספר יחידות הלימוד ונכנסים לפתרונות וידאו למבחני  
בגרות 806.  
כעת ניתן לראות את פתרונות הווידאו לכל השאלות ממבחני הבגרות.  
**הפתרונות לשני המבחנים הראשונים הם בחינם!**

## כיצד אנו ממליצים להיעזר בסרטוני הפתרון שבאתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)?

בכל שאלה שבה אתם מתקשים, או שהתשובה הסופית שקיבלתם  
אינה תואמת את התשובות המופיעות בסוף המבחן, מומלץ לצפות  
בסרטון הפתרון המתאים. כמו כן, אם קיים נושא שבו אתם מרגישים  
צורך בחיזוק נוסף, מומלץ לצפות בכל סרטוני הפתרון באותו נושא.  
(מיון שאלות המבחנים לפי נושאים מופיע בהמשך החוברת).

בנוסף, ניתן לרכוש באתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il) מנוי לסרטוני פתרון  
לשאלות מתוך ספרי הלימוד לשאלון 806, בהוצאת יואל גבע.

## **לתשומת ליבכם!**

החל ממועד קיץ תשע"ד, 2014, שאלון 806 כולל 8 שאלות ולא 9 שאלות כפי שהיה בעבר.

(הפרק השני בשאלון כולל 2 שאלות במקום 3.)

כמו כן, הנושאים אינדוקציה מתמטית, בעיות תערובת וסדרות מעורבות אינם נכללים עוד בתכנית הלימודים. כדי להתאים את מבחני הבגרות למבנה הבחינה העדכני ולתכנית הלימודים החלפנו את השאלות בנושאים הנ"ל בשאלות אחרות הנכללות בתכנית הלימודים.

זכות היוצרים על שאלות הלקוחות ממבחני בגרות שמורות למדינת ישראל. כל הזכויות על השאלות האחרות שמורות להוצאת הספרים יואל גבע.

אנו מאחלים לכם הצלחה רבה בבחינת הבגרות.  
יואל גבע – הוצאת הספרים, צוות האתר [my.geva.co.il](http://my.geva.co.il)

# המבנה של שאלון 806

תלמידי 5 יחידות לימוד נבחנים בשני שאלונים.  
השאלון הראשון הוא 035806 והשאלון השני הוא 035807.

בשאלון 806 שלושה פרקים.  
משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.  
בסך הכול צריך לענות על 5 שאלות מתוך 8 שאלות.

## המבנה של שאלון 035806:

**פרק ראשון – בעיות מילוליות, סדרות, הסתברות  
(40 נקודות).**

הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לענות על 2 שאלות.  
(לכל שאלה – 20 נקודות).

**פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות).**  
הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לענות על שאלה אחת.  
(לכל שאלה – 20 נקודות).

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות, של פונקציות עם שורשים ריבועיים,  
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות).**  
הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לענות על 2 שאלות.  
(לכל שאלה – 20 נקודות).

בעמוד הבא מצורף דף ההוראות לנבחן כפי שמופיע בטופס הבגרות  
של שאלון 806.

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה:  
מספר השאלון: 316,035806  
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- |           |   |                            |   |               |   |            |
|-----------|---|----------------------------|---|---------------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות            | — | $20 \times 2$ | — | 40 נקודות  |
| פרק שני   | — | גאומטריה וטריגונומטריה     |   |               |   |            |
| במישור    | — |                            | — | $20 \times 1$ | — | 20 נקודות  |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | $20 \times 2$ | — | 40 נקודות  |
| סה"כ      | — |                            |   |               | — | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

# מיון שאלות המבחנים לפי נושאים

## בעיות מילוליות

### בעיות תנועה

עמוד 1 שאלה 1, עמוד 5 שאלה 1, עמוד 13 שאלה 1, עמוד 18 שאלה 1,  
עמוד 22 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1, עמוד 35 שאלה 1, עמוד 43 שאלה 1,  
עמוד 47 שאלה 1, עמוד 61 שאלה 1, עמוד 66 שאלה 1, עמוד 70 שאלה 1,  
עמוד 84 שאלה 1, עמוד 89 שאלה 1, עמוד 94 שאלה 1, עמוד 99 שאלה 1,  
עמוד 115 שאלה 1, עמוד 120 שאלה 1, עמוד 132 שאלה 1,  
עמוד 139 שאלה 1, עמוד 161 שאלה 1.

### בעיות הספק

עמוד 9 שאלה 1, עמוד 26 שאלה 1, עמוד 39 שאלה 1, עמוד 52 שאלה 1,  
עמוד 57 שאלה 1, עמוד 75 שאלה 1, עמוד 80 שאלה 1, עמוד 104 שאלה 1,  
עמוד 109 שאלה 1, עמוד 126 שאלה 1, עמוד 147 שאלה 1,  
עמוד 154 שאלה 1.

## סדרות

### סדרה חשבונית

עמוד 1 שאלה 2 סעיף ב, עמוד 13 שאלה 2, עמוד 18 שאלה 2,  
עמוד 35 שאלה 2 סעיף א, עמוד 39 שאלה 2, עמוד 47 שאלה 2 סעיף ב,  
עמוד 52 שאלה 2, עמוד 66 שאלה 2, עמוד 70 שאלה 2, עמוד 75 שאלה 2,  
עמוד 104 שאלה 2, עמוד 126 שאלה 2, עמוד 148 שאלה 2.

### סדרה הנדסית

עמוד 5 שאלה 2, עמוד 9 שאלה 2, עמוד 94 שאלה 2, עמוד 115 שאלה 2,  
עמוד 121 שאלה 2, עמוד 155 שאלה 2.

## **סדרה הנדסית אינסופית**

עמוד 1 שאלה 2 סעיף א, עמוד 26 שאלה 2, עמוד 30 שאלה 2 סעיף א,  
עמוד 57 שאלה 2, עמוד 61 שאלה 2, עמוד 84 שאלה 2, עמוד 132 שאלה 2.

## **סדרות כלליות וכלל נסיגה**

עמוד 22 שאלה 2, עמוד 30 שאלה 2 סעיף ב, עמוד 35 שאלה 2 סעיף ב,  
עמוד 43 שאלה 2, עמוד 47 שאלה 2 סעיף א, עמוד 80 שאלה 2,  
עמוד 89 שאלה 2, עמוד 99 שאלה 2, עמוד 110 שאלה 2, עמוד 140 שאלה 2,  
עמוד 162 שאלה 2.

# **הסתברות**

## **טבלה דו ממדית**

עמוד 36 שאלה 3, עמוד 58 שאלה 3, עמוד 100 שאלה 3 סעיף א.

## **כפל וחיבור הסתברויות, דיאגרמת עץ**

עמוד 2 שאלה 3, עמוד 5 שאלה 3, עמוד 40 שאלה 3 סעיף א,  
עמוד 48 שאלה 3, עמוד 53 שאלה 3, עמוד 85 שאלה 3, עמוד 121 שאלה 3.

## **נוסחת ברנולי – התפלגות בינומית**

עמוד 22 שאלה 3, עמוד 40 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 81 שאלה 3,  
עמוד 116 שאלה 3, עמוד 127 שאלה 3, עמוד 140 שאלה 3,  
עמוד 155 שאלה 3.

## **בעיות המשלבות טבלה זו ממדית או דיאגרמת עץ**

### **עם נוסחת ברנולי**

עמוד 10 שאלה 3, עמוד 14 שאלה 3, עמוד 19 שאלה 3, עמוד 26 שאלה 3,  
עמוד 31 שאלה 3, עמוד 43 שאלה 3, עמוד 62 שאלה 3, עמוד 66 שאלה 3,  
עמוד 71 שאלה 3, עמוד 76 שאלה 3, עמוד 90 שאלה 3, עמוד 95 שאלה 3,  
עמוד 163 שאלה 3.  
עמוד 100 שאלה 3, עמוד 105 שאלה 3, עמוד 110 שאלה 3,  
עמוד 133 שאלה 3, עמוד 148 שאלה 3.

## **גאומטריה**

### **בעיות עם משולשים ומרובעים (עם או בלי פרופורציה ודמיון)**

עמוד 6 שאלה 4, עמוד 14 שאלה 4, עמוד 19 שאלה 4, עמוד 27 שאלה 4,  
עמוד 36 שאלה 4, עמוד 48 שאלה 4, עמוד 95 שאלה 4, עמוד 100 שאלה 4,  
עמוד 122 שאלה 4, עמוד 134 שאלה 4, עמוד 141 שאלה 4.

### **בעיות עם מעגל (ללא פרופורציה ודמיון)**

עמוד 2 שאלה 4, עמוד 53 שאלה 4, עמוד 58 שאלה 4, עמוד 62 שאלה 4,  
עמוד 116 שאלה 4.

### **בעיות עם מעגל (כולל פרופורציה ודמיון)**

עמוד 10 שאלה 4, עמוד 23 שאלה 4, עמוד 31 שאלה 4, עמוד 40 שאלה 4,  
עמוד 44 שאלה 4, עמוד 67 שאלה 4, עמוד 71 שאלה 4, עמוד 76 שאלה 4,  
עמוד 81 שאלה 4, עמוד 85 שאלה 4, עמוד 90 שאלה 4, עמוד 105 שאלה 4,  
עמוד 111 שאלה 4, עמוד 127 שאלה 4, עמוד 149 שאלה 4,  
עמוד 156 שאלה 4, עמוד 164 שאלה 4.



# טריגונומטריה

**הערה:** ברוב הבעיות נדרש ידע בזהויות ומשוואות טריגונומטריות.

## בעיות עם משולשים ומרובעים

עמוד 2 שאלה 5, עמוד 6 שאלה 5, עמוד 15 שאלה 5, עמוד 20 שאלה 5,  
עמוד 44 שאלה 5, עמוד 49 שאלה 5, עמוד 76 שאלה 5, עמוד 81 שאלה 5,  
עמוד 86 שאלה 5, עמוד 100 שאלה 5, עמוד 164 שאלה 5.

## בעיות עם מעגל

עמוד 10 שאלה 5, עמוד 23 שאלה 5, עמוד 27 שאלה 5, עמוד 31 שאלה 5,  
עמוד 36 שאלה 5, עמוד 40 שאלה 5, עמוד 54 שאלה 5, עמוד 58 שאלה 5,  
עמוד 63 שאלה 5, עמוד 67 שאלה 5, עמוד 72 שאלה 5, עמוד 91 שאלה 5,  
עמוד 96 שאלה 5, עמוד 106 שאלה 5, עמוד 111 שאלה 5, עמוד 116 שאלה 5,  
עמוד 122 שאלה 5, עמוד 128 שאלה 5, עמוד 134 שאלה 5,  
עמוד 142 שאלה 5, עמוד 149 שאלה 5, עמוד 156 שאלה 5.

# חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

## חקירת פונקציות

### פולינומים

עמוד 87 שאלה 8, עמוד 123 שאלה 7.

### פונקציות רציונליות

עמוד 7 שאלה 7, עמוד 11 שאלה 6, עמוד 20 שאלה 6, עמוד 24 שאלה 6,  
עמוד 73 שאלה 7, עמוד 87 שאלה 7, עמוד 102 שאלה 8,  
עמוד 112 שאלה 6, עמוד 123 שאלה 6, עמוד 129 שאלה 7,  
עמוד 150 שאלה 6, עמוד 166 שאלה 8.

## **פונקציות עם שורשים**

עמוד 28 שאלה 6, עמוד 37 שאלה 6, עמוד 55 שאלה 8, עמוד 72 שאלה 6,  
עמוד 77 שאלה 7, עמוד 82 שאלה 7, עמוד 112 שאלה 7,  
עמוד 117 שאלה 6, עמוד 135 שאלה 6, עמוד 157 שאלה 6.

## **פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת**

עמוד 3 שאלה 6 סעיפים א, ב, ג, עמוד 41 שאלה 6,  
עמוד 45 שאלה 8 סעיפים א, ב, עמוד 64 שאלה 8, עמוד 69 שאלה 8 סעיף א,  
עמוד 92 שאלה 8, עמוד 143 שאלה 6.

## **פונקציות טריגונומטריות**

עמוד 3 שאלה 7 סעיפים א ו-ב, עמוד 11 שאלה 7 סעיפים א, ב ו-ג,  
עמוד 25 שאלה 8 סעיף א, עמוד 28 שאלה 7 סעיפים א ו-ב,  
עמוד 32 שאלה 6 סעיפים א, ב, ג, ה, עמוד 44 שאלה 6, עמוד 50 שאלה 7,  
עמוד 91 שאלה 6, עמוד 101 שאלה 6, עמוד 117 שאלה 7,  
עמוד 128 שאלה 6, עמוד 136 שאלה 7, עמוד 144 שאלה 7,  
עמוד 151 שאלה 7, עמוד 158 שאלה 7, עמוד 165 שאלה 6.

# **בעיות קיצון**

## **בעיות קיצון גאומטריות**

עמוד 3 שאלה 8, עמוד 37 שאלה 8, עמוד 50 שאלה 8, עמוד 107 שאלה 8,  
עמוד 136 שאלה 8, עמוד 165 שאלה 7.

## **בעיות קיצון בפונקציות וגרפים**

עמוד 7 שאלה 8, עמוד 11 שאלה 8, עמוד 97 שאלה 8, עמוד 118 שאלה 8,  
עמוד 124 שאלה 7 סעיף ג, עמוד 130 שאלה 8, עמוד 145 שאלה 8,  
עמוד 159 שאלה 8.

## **בעיות קיצון עם בעיות תנועה**

עמוד 29 שאלה 8, עמוד 60 שאלה 8.

## **בעיות קיצון עם פונקציות טריגונומטריות**

עמוד 54 שאלה 6, עמוד 64 תרגיל 7, עמוד 73 תרגיל 8, עמוד 77 תרגיל 6,  
עמוד 82 תרגיל 6, עמוד 101 שאלה 6 סעיף א, עמוד 113 שאלה 8,  
עמוד 151 שאלה 8.

# **אינטגרלים**

**הערה:** חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

## **פולינומים**

עמוד 55 שאלה 7, עמוד 59 שאלה 7, עמוד 78 שאלה 8.

## **פונקציות רציונליות**

עמוד 49 שאלה 6, עמוד 63 שאלה 6, עמוד 69 שאלה 8.

## **פונקציות עם שורשים**

עמוד 16 שאלה 8, עמוד 33 שאלה 7, עמוד 45 שאלה 7, עמוד 68 שאלה 7,  
עמוד 112 שאלה 7 סעיף ו, עמוד 135 שאלה 6.

## **חילוק פולינומים**

עמוד 15 שאלה 6.

## **פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת**

עמוד 3 שאלה 6, עמוד 45 שאלה 8, עמוד 107 שאלה 7.

## **פונקציות טריגונומטריות**

עמוד 3 שאלה 7, עמוד 11 שאלה 7 סעיף ד, עמוד 16 שאלה 7,  
עמוד 25 שאלה 8 סעיף ב, עמוד 28 שאלה 7 סעיף ג, עמוד 41 שאלה 7,  
עמוד 59 שאלה 6, עמוד 68 שאלה 6, עמוד 96 שאלה 6, עמוד 106 שאלה 6,  
עמוד 124 שאלה 8, עמוד 128 שאלה 6, עמוד 151 שאלה 7,  
עמוד 165 שאלה 6.

## **אינטגרל הכולל את זיהוי הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת**

הערה: חלק זה כולל פולינומים, פונקציות רציונליות, פונקציות עם שורשים  
ופונקציות טריגונומטריות, שבהן לצורך מציאת האינטגרל יש לזהות  
את הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת.

עמוד 7 שאלה 6, עמוד 21 שאלה 8, עמוד 37 שאלה 7, עמוד 83 שאלה 8,  
עמוד 86 שאלה 6, עמוד 92 שאלה 7, עמוד 97 שאלה 7, עמוד 101 שאלה 7,  
עמוד 112 שאלה 6 סעיף ה, עמוד 117 שאלה 7 סעיף ג, עמוד 157 שאלה 6,  
עמוד 166 שאלה 8.

## **נפח גוף סיבוב**

עמוד 24 שאלה 7, עמוד 32 שאלה 6 סעיף ד, עמוד 159 שאלה 8.

## **בעיות קיצון עם אינטגרלים**

עמוד 20 שאלה 7, עמוד 33 שאלה 8, עמוד 41 שאלה 8.

## **פונקציות עם ערך מוחלט**

הערה: השאלות הבאות נרשמו גם תחת כותרות אחרות.  
עמוד 15 שאלה 6 סעיף ג, עמוד 83 שאלה 8 סעיף ב.



# תוכן עניינים

## מבחני בגרות – שאלון 806

|     |                                              |
|-----|----------------------------------------------|
| 1   | מבחן בגרות מספר 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א  |
| 5   | מבחן בגרות מספר 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב  |
| 9   | מבחן בגרות מספר 3 – חורף תש"ע, 2010          |
| 13  | מבחן בגרות מספר 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א   |
| 18  | מבחן בגרות מספר 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב   |
| 22  | מבחן בגרות מספר 6 – חורף תשע"א, 2011         |
| 26  | מבחן בגרות מספר 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א  |
| 30  | מבחן בגרות מספר 8 – קיץ תשע"א, 2011, מועד ב  |
| 35  | מבחן בגרות מספר 9 – חורף תשע"ב, 2012         |
| 39  | מבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד א |
| 43  | מבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב |
| 47  | מבחן בגרות מספר 12 – חורף תשע"ג, 2013        |
| 52  | מבחן בגרות מספר 13 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד א |
| 57  | מבחן בגרות מספר 14 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב |
| 61  | מבחן בגרות מספר 15 – חורף תשע"ד, 2014        |
| 66  | מבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד א |
| 70  | מבחן בגרות מספר 17 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב |
| 75  | מבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג |
| 80  | מבחן בגרות מספר 19 – חורף תשע"ה, 2015        |
| 84  | מבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א |
| 89  | מבחן בגרות מספר 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב |
| 94  | מבחן בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016        |
| 99  | מבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד א |
| 104 | מבחן בגרות מספר 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב |

|           |                                              |
|-----------|----------------------------------------------|
| 109.....  | מבחן בגרות מספר 25 – חורף תשע"ז, 2017        |
| 115.....  | מבחן בגרות מספר 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א |
| 120 ..... | מבחן בגרות מספר 27 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב |
| 126 ..... | מבחן בגרות מספר 28 – חורף תשע"ח, 2018        |
| 132 ..... | מבחן בגרות מספר 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א |
| 139 ..... | מבחן בגרות מספר 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב |
| 147 ..... | מבחן בגרות מספר 31 – חורף תשע"ט, 2019        |
| 154.....  | מבחן בגרות מספר 32 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד א |
| 161 ..... | מבחן בגרות מספר 33 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב |

דף נוסחאות – 5 יחידות לימוד



# מבחן בגרות מספר 1

קיץ תשס"ט, 2009, מועד א

## פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

- רוכב אופניים יצא בשעה 08:00 מעיר A, ורוכב אופניים שני יצא בשעה 09:00 מעיר A. כל אחד מהרוכבים רכב במהירות קבועה לעיר B. המרחק בין A ל-B הוא 45 ק"מ. כאשר הרוכב הראשון הגיע לעיר B, הרוכב השני עדיין לא הגיע לעיר B והיה במרחק של 25 ק"מ ממנה. מהירות הרוכב הראשון גדולה ב-m קמ"ש ממהירות הרוכב השני, וידוע כי  $0 < m < 5$ .
- א. הבע באמצעות m את שני הפתרונות האפשריים למהירות הרוכב השני.
- ב. נסמן את שני הפתרונות שהבעת בסעיף א' ב- $x_1$  וב- $x_2$ . מצא עבור אילו ערכי m מתקיים  $|x_1 - x_2| < 11$ .

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

- א. נתונות שתי סדרות הנדסיות אינסופיות:
- $a_1, a_2, a_3, \dots$  ו- $b_1, b_2, b_3, \dots$
- מנת הסדרה האחת היא  $q_1$  ומנת הסדרה השנייה היא  $q_2$ .
- נסמן:  $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ ,  $K = b_1 + b_2 + b_3 + \dots$ ,  $M = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \dots$ . נתון:  $S \cdot K = M$ . הוכח:  $q_1 + q_2 = 2q_1q_2$ .
- ב. בסדרה חשבונית האיבר התשיעי גדול פי 4 מהאיבר הראשון. אם מחלקים את האיבר השישי באיבר השני מקבלים 2 ושארית 1. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



3.

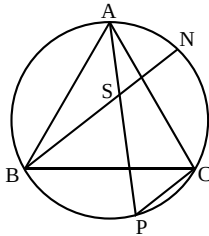


סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

ידוע כי בכפר מסוים 20% מהתושבים חולים במחלת מעיים.  
רופא הכפר בדק את כל התושבים.  
90% מהחולים בכפר אובחנו על ידו כחולים, ו-10% מהבריאים בכפר אובחנו על ידו כחולים.  
א. מהו אחוז התושבים בכפר שלגביהם הרופא ביצע אבחנה שגויה?  
הרופא נתן תרופה לכל מי שאובחן על ידו כחולה.  
התרופה גרמה לפריחה אצל 60% מהחולים שאובחנו כחולים, ואצל 25% מהבריאים שאובחנו כחולים.  
ב. מהי ההסתברות שתושב בכפר הוא חולה, אם ידוע שיש לו פריחה?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת השאלות 4-5.

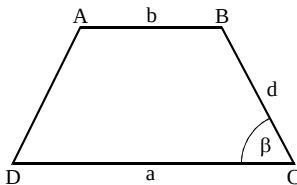


ABC הוא משולש שווה-צלעות החסום במעגל.  
N ו-P הן נקודות על המעגל.  
BN ו-AP נפגשים בנקודה S (ראה ציור).  
נתון:  $PC \parallel BN$ . הוכח כי:  
א. המשולש BSP הוא שווה-צלעות.  
ב. המרובע SPCN הוא מקבילית.  
ג.  $AN = PC$ .

4.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!



בטרפז שווה-שוקיים ABCD ( $AB \parallel DC$ )  
אורך הבסיס הגדול CD הוא a,  
אורך הבסיס הקטן AB הוא b  
ואורך השוק הוא d.  
הזווית ליד הבסיס הגדול DC  
היא  $\beta$  (ראה ציור).

5.



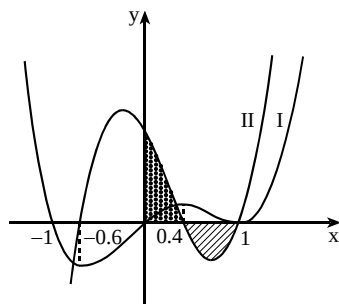
סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

א. הוכח כי אורך אלכסון הטרפז הוא  $\sqrt{ab + d^2}$ .  
ב. הזווית בין אלכסון הטרפז ובין הבסיס הגדול של הטרפז היא  $\alpha$ .

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = \sqrt{\frac{a^2 - ab}{2b^2}} \text{ אז } \alpha + \beta = 90^\circ \text{ הוכח כי אם}$$

# פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



6.



בציור שלפניך מוצגות סקיצות

של שני גרפים: גרף I וגרף II.

אחד הגרפים הוא הגרף של פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$ , והגרף האחר הוא הגרף

של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$ .

א. איזה גרף הוא של  $f'(x)$ ,

ואיזה גרף הוא של  $f''(x)$ ? נמק.

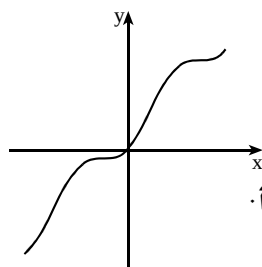
ב. מצא את שיעורי ה-  $x$  של נקודות הקיצון

של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ג. מצא את שיעורי ה-  $x$  של נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ד. הוכח שהשטח המוגבל על ידי גרף II וציר ה-  $x$  (השטח המקווקו בציור)

שווה לשטח המוגבל על ידי גרף I והצירים II (השטח המנוקד בציור).



7.



נתונה הפונקציה  $f(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$ .

א. הראה כי  $f'(x) = 2\sin^2 x$ .

ב. (1) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון?

נמק.

(2) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.

ג. בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה

$g(x) = x + \sin^2 x$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

בתחום הנתון מצא את כל השטח המוגבל

על ידי הגרף של  $g(x)$  ועל ידי הישר  $y = x$ .

נתון משולש שאחת מצלעותיו היא 10 ס"מ, וגובה המשולש לצלע זו

הוא 5 ס"מ. (המשולש אינו קהה-זווית).

א. מבין כל המשולשים שהם כאלה, מצא את צלעות המשולש

שהיקפו מינימלי.

ב. מה הן תכונות המשולש שאת צלעותיו מצאת בסעיף א'?

8.



**תשובות למבחן בגרות מספר 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א:**

1. א.  $x_2 = \frac{25 - m - \sqrt{m^2 - 130m + 625}}{2}$ ,  $x_1 = \frac{25 - m + \sqrt{m^2 - 130m + 625}}{2}$ .

ב.  $4 < m < 5$ .

2. ב.  $d = 3$ ,  $a_1 = 8$ .

3. א. 10%. ב.  $\frac{27}{32}$ .

6. א. גרף I –  $f'(x)$ , גרף II –  $f''(x)$ .

ב.  $x = 0$  מינימום,  $x = -1$  מקסימום.

ג.  $x = -0.6$ ,  $x = 0.4$ ,  $x = 1$ .

7. ב. (1) לא. (2) כן. ג.  $\pi$ .

8. א. 10 ס"מ,  $5\sqrt{2}$  ס"מ,  $5\sqrt{2}$  ס"מ.

ב. המשולש הוא ישר זווית ושווה-שוקיים.



**התשמו לאתר מייגבע וקבלו**

**נ** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות

**ונ** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים

למגוון שאלות לפי נושאים.

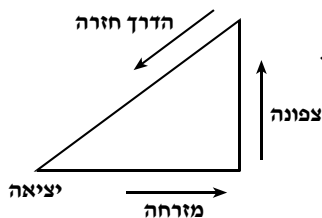


## מבחן בגרות מספר 2

קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



1. הולך רגל יוצא כל בוקר להליכה לאורך מסלול שאורכו הכולל הוא 24 ק"מ. הוא יוצא מביתו לכיוון מזרח והולך  $m$  ק"מ. אחר כך הוא פונה צפונה והולך 1.5 שעות. לאחר מכן הוא חוזר לביתו בדרך הקצרה ביותר (ראה ציור). בדרכו חזרה הוא הולך 60 דקות פחות מהזמן שבו הוא הולך בשני הכיוונים יחד, מזרחה וצפונה. בכל קטעי הדרך הוא הולך באותה מהירות קבועה. חשב את  $m$ .

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

2. נתונה סדרה הנדסית שכל  $n$  האיברים שלה הם חיוביים. סכום  $n-3$  האיברים האחרונים גדול פי 8 מסכום  $n-3$  האיברים הראשונים. א. חשב את מנת הסדרה.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

ב. נתון כי  $n$  הוא מספר זוגי. נסמן:  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$   
 $T_n = a_1 - a_2 + a_3 - \dots - a_n$

$\frac{S_n}{T_n}$ . חשב את היחס  $\frac{S_n}{T_n}$ .

3. בשכבה י"א יש שתי כיתות: י"א 1 ו-י"א 2.

3.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

בכיתה י"א יש 40 תלמידים, ולמחציתם יש מחשב נישא.

בכיתה י"א 2 יש 35 תלמידים, ול-40% מהם יש מחשב נישא.

א. בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א, ונמצא שיש לו מחשב נישא.

מהי ההסתברות שהוא לומד בכיתה י"א 2?

ב. בחרו באקראי בזה אחר זה (בלי החזרה) 2 תלמידים מכיתה י"א-1,

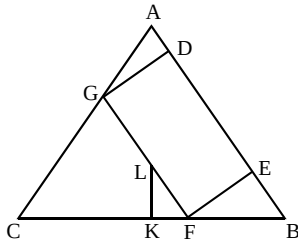
ובאותו אופן בחרו 2 תלמידים מכיתה י"א 2.

מהי ההסתברות של-2 התלמידים מכיתה י"א 1 וגם ל-2 התלמידים

מכיתה י"א 2 אין מחשב נישא?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



4. במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AC = AB$ ) חסום מלבן  $GFED$  כך שהקדקודים  $D$  ו- $E$  מונחים על הצלע  $AB$ , והקדקודים  $F$  ו- $G$  מונחים על הצלעות  $BC$  ו- $CA$  בהתאמה. נקודה  $L$ , הנמצאת על צלע המלבן  $GF$ , היא מפגש התיכונים במשולש  $ABC$ . דרך הנקודה  $L$  העבירו אנך לצלע  $BC$ , החותך את  $BC$  בנקודה  $K$  (ראה ציור). א. הוכח:  $\Delta KAB \sim \Delta KLF \sim \Delta EFB$ .

אם נתון:  $BC = 18$  ס"מ,  $AB = 15$  ס"מ, חשב:

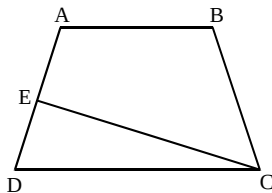
- את אורך הקטע  $KF$ . נמק.
- את אורך הקטע  $FE$ . נמק.

4.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

5. בטרפז שווה-שוקיים  $ABCD$  הזווית שליד הבסיס הגדול היא  $\alpha$ .  $E$  היא נקודה על השוק  $AD$  כך ש- $\angle ECD = \beta$  (ראה ציור). נתון כי אורך השוק של הטרפז שווה לאורך הבסיס הקטן  $AB$ . א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את היחס בין שטח המשולש  $DEC$  לשטח



$$\left( \frac{S_{\Delta DEC}}{S_{ABDC}} \right) \text{ המשולש } BDC$$

ב. נתון:  $\angle AEC = 90^\circ$ , אורך האלכסון הטרפז גדול פי 1.5 מאורך הבסיס הקטן  $AB$ .

$$\text{חשב את היחס } \frac{S_{\Delta DEC}}{S_{ABDC}}$$

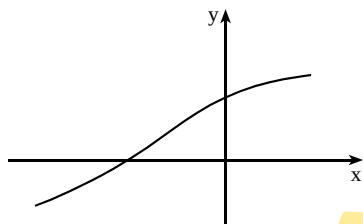
5.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

# פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}}$

בחלק מהתחום  $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  (ראה ציור).

מעבירים משיק לגרף הפונקציה

בנקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- $y$ .

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף

הפונקציה, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $x$ .

6. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-a}{x-b}$  ;  $a, b > 0$  ;  $a \neq b$ .

המשיקים לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך עם הצירים מקבילים זה לזה.

א. הוכח כי  $a = 2b$ .

הצב  $a = 2b$ , וענה על הסעיפים ב-ז (הבע באמצעות  $b$  במידת הצורך).

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.

ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

ד. מצא נקודות חיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ה. מצא תחומי קעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$ .

ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ז. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $b < 0$ .

נמק את שיקוליך בשרטוט הגרף עבור תחומי עלייה וירידה

ועבור תחומי קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה.

7. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x^2 - 24}$

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה A שבה  $x = t$ . מנקודה A

העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$

וחותך את גרף הפונקציה בנקודה B.

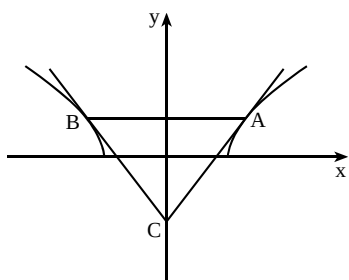
בנקודה B העבירו עוד משיק לגרף

הפונקציה. המשיקים נפגשים בנקודה C

שעל ציר ה- $y$  (ראה ציור).

א. הראה כי הפונקציה זוגית.

ב. מצא את השטח המינימלי של המשולש ABC.



8. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון  
בחינם!

## תשובות למבחן בגרות מספר 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב:

1.  $m = 8$ .

2. א. 2. ב. -3.

3. א.  $\frac{7}{17} = 0.4118$ . ב.  $\frac{19}{221} = 0.086$ .

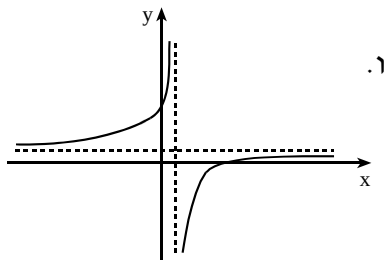
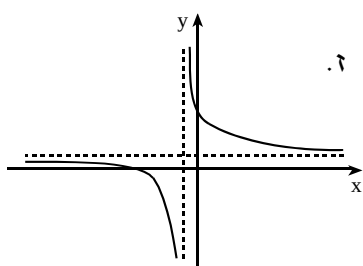
4. ב. 3 ס"מ. ג. 4.8 ס"מ.

5. א.  $\frac{\sin 1\frac{1}{2}\alpha \sin \beta}{\sin \frac{\alpha}{2} \sin(\alpha + \beta)} = \frac{(1 + 2\cos \alpha) \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ . ב. 0.1562.

6.  $3 - 2\sqrt{2} = 0.1716$ .

7. ב.  $y = 1$ ,  $x = b$ . ג. עלייה:  $x > b$  או  $x < b$ ; ירידה: אין. ד.  $(0; 2)$ ,  $(2b; 0)$ .

ה.  $x > b$ :  $\cap$ ;  $x < b$ :  $\cup$ .



8. ב.  $\frac{216}{\sqrt{12}} = 62.35$ .

### מה הקטע של סימני ה-ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחכה לכם סרטון הסבר  
מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA

02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה

(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)

03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
הכנסו לאתר MY.GEVA.CO.IL



## מבחן בגרות מספר 3

חורף תש"ע, 2010

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

שני צינורות, צינור I וצינור II, ממלאים יחד במים את כל הנפח של בריכה במשך 6 שעות (קצב הזרמת המים של כל אחד מהצינורות אינו משתנה).

יום אחד, צינור I מילא לבדו רבע מנפח הבריכה, וצינור II מילא לבדו עוד רבע מנפח הבריכה, וכך התמלא חצי מנפח הבריכה במשך  $m$  שעות.

א. (1) הבע באמצעות  $m$  את הזמן הדרוש לצינור I למלא את כל נפח הבריכה לבדו.

(2) מצא עבור איזה ערך של  $m$  יש פתרון אחד לבעיה.

ב. נתון כי כאשר כמות המים בבריכה היא 70% מנפח הבריכה, צינור I ממלא לבדו את נפח הבריכה הנותר במשך 3 שעות. מצא את  $m$  במקרה זה.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונות שתי סדרות הנדסיות:  $a_1, a_2, \dots, a_n$

$b_1, b_2, \dots, b_n$

הסדרות מקיימות:  $b_4 = a_{11}, b_1 = a_2$

א. הראה כי לכל  $n$  טבעי מתקיים:  $b_n = a_{3n-1}$

ב. נתון כי מנת הסדרה  $a_1, a_2, a_3, \dots$  היא 2.

כמו כן, מתקיים:  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{3n} = k$

הבע באמצעות  $k$  את הסכום  $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$ .



3. ▶

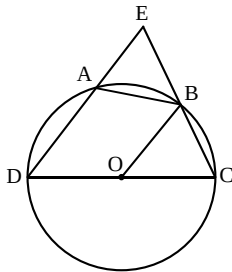


- בוחרים באקראי 3 אנשים מעיר גדולה.  
ההסתברות ששלושתם הם בעלי השכלה גבוהה היא 0.064.  
ההסתברות לבחור באקראי אדם שמרכיב משקפיים מבין בעלי השכלה גבוהה בעיר קטנה פי 2 מההסתברות לבחור באקראי אדם שמרכיב משקפיים מבין אלו שאינם בעלי השכלה גבוהה.  
א. ידוע שאדם מהעיר מרכיב משקפיים.  
מהי ההסתברות שהוא בעל השכלה גבוהה?  
ב. בוחרים באקראי 4 אנשים מבין תושבי העיר שאינם בעלי השכלה גבוהה. ההסתברות שארבעתם אינם מרכיבים משקפיים היא  $\frac{81}{256}$ .  
מהי ההסתברות שאדם בעיר מרכיב משקפיים והוא גם בעל השכלה גבוהה?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

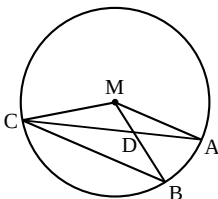
ענה על אחת משאלות 4-5.

4. ▶



- במעגל שמרכזו O חסום מרובע ABCD.  
DC הוא קוטר. המשכי הצלעות DA ו-CB נפגשים בנקודה E (ראה ציור).  
נתון:  $\angle BOC = \alpha$ ,  $OB \parallel DE$ .  
א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $\angle ABO$ .  
ב. נתון כי שטח המשולש OBC שווה לשטח המשולש BEA.  
הוכח כי  $\triangle OBC \cong \triangle BEA$ .

5. ▶



- A, B ו-C הן נקודות על מעגל שמרכזו M.  
AC ו-BM נחתכים בנקודה D (ראה ציור).  
נתון:  $\angle CBM = 2\angle ACB$ ,  
שטח המשולש CBD גדול פי 1.5 משטח המשולש CDM.  
חשב את  $\angle CBM$ .

# פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{(x-b)^2}{x^2-4}$ ,  $b > 2$ .



א. מצא (הבע באמצעות  $b$  במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) את השיעורים של נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. על פי הסקיצה של גרף הפונקציה, מצא את התחום שבו פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$  שלילית וגם פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  שלילית

, אם ידוע כי ל-  $f(x)$  יש נקודת פיתול אחת בלבד. נמק.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2\cos^2(\frac{x}{2}) - 1}{2\cos^2(\frac{x}{2})}$  בתחום  $-3\pi \leq x \leq 3\pi$ .



א. הראה כי הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

ב. מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה בתחום הנתון.

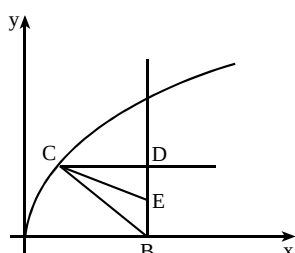
ג. לפונקציה יש שלוש נקודות מקסימום בתחום הנתון.

מצא את השיעורים של נקודות אלה.

ד. העבירו ישר דרך נקודות המקסימום של הפונקציה.

מצא בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$  את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי גרף

הפונקציה, על ידי שתי האסימפטוטות של הפונקציה ועל ידי ציר ה-  $x$ .



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{ax}$ ,  $a > 0$ .



מנקודה  $B(b;0)$  ( $b > 0$ ) העבירו אנך לציר ה-  $x$ .

$C$  היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

מנקודה  $C$  העבירו ישר המקביל לציר ה-  $x$

וחותך את האנך בנקודה  $D$ .

הנקודה  $E$  היא אמצע הקטע  $BD$  (ראה ציור).

נתון כי עבור  $C(2;4)$  שטח המשולש  $CBE$

הוא מקסימלי.

מצא את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ .

## תשובות למבחן בגרות מספר 3 – חורף תש"ע, 2010:

1. א. (1)  $2m \pm 2\sqrt{m^2 - 6m}$ . הפתרון קיים בתנאי ש-  $m \geq 6$  (2)  $m = 6$ .  
 ב.  $m = 6.25$ .

2. ב.  $\frac{2}{7}k$ .

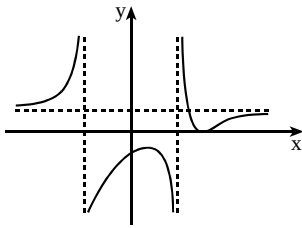
3. א. 0.25. ב. 0.05.

4. א.  $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ .

5.  $\angle CBM = 41.41^\circ$ .

6. א. (1) תחום הגדרה:  $x \neq -2, x \neq 2$ . ב.

אסימפטוטות:  $y = 1, x = -2, x = 2$ .



(2)  $(b; 0), \left(0; -\frac{b^2}{4}\right)$ .

(3)  $(b; 0)$  מינימום,  $\left(\frac{4}{b}; \frac{4-b^2}{4}\right)$  מקסימום.

ג.  $\frac{4}{b} < x < 2$ .

7. א.  $x = -3\pi, x = -\pi, x = \pi, x = 3\pi$ . ג.  $\left(-2\pi; \frac{1}{2}\right), \left(0; \frac{1}{2}\right), \left(2\pi; \frac{1}{2}\right)$ . ד. 2.

8.  $b = 6, a = 8$ .

**איד  
משתמשים  
בחוברת?**

מורידים את האפליקציה MY.GEVA

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה

צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה







## מבחן בגרות מספר 4

קיץ תש"ע, 2010, מועד א

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

רוכב אופניים אחד יצא ממוקום A אל מוקום B, ובאותה שעה בדיוק יצא רוכב אופניים אחר ממוקום B אל מוקום A. כעבור 4 שעות נפגשו הרוכבי האופניים. הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-A לעבור את הדרך שבין A ל-B, גדול ב-108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-B לעבור דרך זו. א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-B לבין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-A. ב. מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את הדרך שבין A ל-B.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה חשבונית שיש בה  $n$  איברים ( $n > 1$ ). האיבר הראשון בסדרה הוא  $a_1$  (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא  $d$ . בונים סדרה חדשה שגם בה  $n$  איברים. האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא  $d$ . סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה. א. בטא את  $a_1$  באמצעות  $d$  ו- $n$ . ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב-3 (בלי לשנות את  $a_1$  ואת  $n$ ), מקבלים סדרה חשבונית שסכומה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה. הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

3. ▶



באחד הדוכנים בלונה פארק אפשר להשתתף במשחק שבו מסובבים שני גלגלים, A ו-B. כל גלגל מחולק ל-20 גזרות שוות (לכל אחת מהגזרות יש אותה הסתברות שהגלגל יעצר עליה, והגלגל אינו נעצר בגבול שבין הגזרות).

בגלגל A יש 2 גזרות אדומות והשאר שחורות.

בגלגל B יש 4 גזרות אדומות והשאר שחורות.

תור אחד במשחק מורכב משני שלבים:

בשלב הראשון: משתתף במשחק מסובב את הגלגל A.

בשלב השני: אם הגלגל A נעצר על גזרה אדומה בשלב הראשון,

המשתתף מסובב את הגלגל B. אם הגלגל A נעצר על גזרה שחורה

בשלב הראשון, המשתתף מסובב שוב את הגלגל A.

א. ידוע שבתור אחד בשלב הראשון נעצר הגלגל A על גזרה אדומה.

מהי ההסתברות שבתור זה התקבלה בשלב השני גזרה שחורה?

ב. (1) מהי ההסתברות שבתור אחד תתקבל לפחות גזרה אדומה אחת?

(2) אם ידוע כי בתור אחד הייתה לפחות אחד מהגזרות אדומה,

מהי ההסתברות שבתור זה התקבלה רק גזרה אדומה אחת?

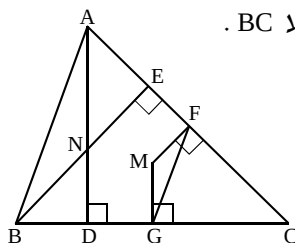
ג. משתתף משחק n תורות.

הבע באמצעות n את ההסתברות שלא תתקבל כלל גזרה אדומה.

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ▶



נתון משולש ABC חד-זווית.

BE הוא גובה לצלע AC, ו-AD הוא גובה לצלע BC.

הגבהים נפגשים בנקודה N.

FM הוא אנך אמצעי לצלע AC,

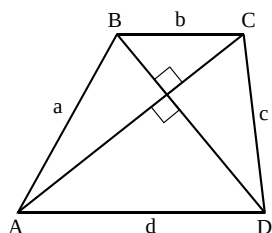
ו-GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

א. הוכח: (1)  $\angle BAC = \angle GFC$ .

(2)  $\angle ABN = \angle MFG$ .

(3)  $\triangle ANB \sim \triangle GMF$ .

ב. מצא את היחס  $\frac{BN}{FM}$ . נמק.



בטרפז  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) נתון:  $AC \perp BD$ ,

$AD = d$ ,  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $CD = c$ , ( $d > b$ ).

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה  $O$ .

א. הוכח:  $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ .

ב. דרך קדקוד  $B$  מעבירים ישר

המקביל לשוק  $CD$ . הישר חותך

את הבסיס  $AD$  בנקודה  $M$ .

נתון:  $\angle ABM = \alpha$ . הוכח:  $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$ .

ג. הבע באמצעות  $d$ ,  $b$  ו- $\alpha$ : (1) את שטח המשולש  $ABM$ .

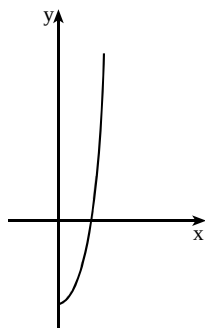
(2) את שטח הטרפז  $ABCD$ .

5.



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x + 2}$ ,  $x \neq -2$ .

א. בציור מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

עבור  $x \geq 0$ . מעבירים ישר המשיק לגרף

הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = 1$ .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f(x)$ ,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$  עבור  $x \geq 0$ .

ב. (1) מצא תחומי עלייה וירידה

של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה),

עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל תחום

ההגדרה שלה.

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = |f(x)|$ . שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

6.



7.



נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .  
עבור התחום הנתון ענה על סעיפים א'-ד' :

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ג. (1) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  (הפונקציה  $f(x)$

גזירה גם בקצות התחום הנתון).

(3) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ .

ד. נתון כי גרף הפונקציה  $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$  משיק לציר  $x$  בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד. מהו הערך של  $a$ ? נמק.

8.



$f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של  $f(x)$ . בציור מוצג הגרף של  $f'(x)$ .

$f(x)$  היא פונקציה רציפה המוגדרת בתחום  $x \geq -4$ .

נתון:  $f'(x) = \frac{6x^2 + 16x}{\sqrt{x^3 + 4x^2}}$

א. מצא את תחום ההגדרה של  $f'(x)$ .

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של  $f'(x)$ .

ג. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת המקסימום

של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ה. נתון:  $-2\frac{2}{3} < a < 0$ ,  $f(a) = 4\sqrt{3}$ .

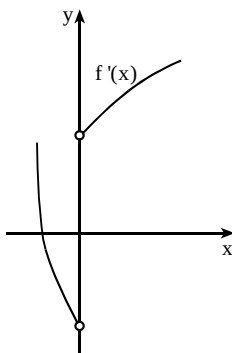
השטח, המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = a$ , הוא  $\frac{28\sqrt{3}}{9}$ .

מצא את ערך הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.

אין צורך למצוא את  $f(x)$ , ואין צורך למצוא את  $a$ .

בתשובתך תוכל להשאיר  $\sqrt{3}$  או לדייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



# תשובות למבחן בגרות מספר 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א:

1. א. 1.25. ב. הרוכב שיצא מ-A : 9 שעות. הרוכב שיצא מ-B : 7.2 שעות.

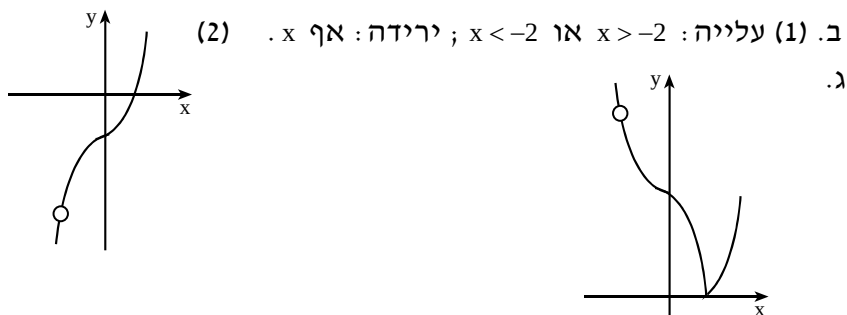
2. א.  $a_1 = \frac{d(n-1)}{4}$ .

3. א. 0.8. ב. (1) 0.19. (2)  $\frac{17}{19}$ . ג.  $0.81^n$ .

4. ב. 2.

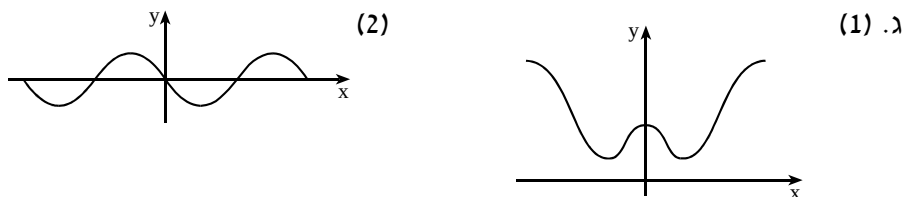
5. ג. (1)  $\frac{bd \tan \alpha}{2}$ . (2)  $\frac{bd(d+b) \tan \alpha}{2(d-b)}$ .

6. א.  $1\frac{1}{2}$ .



7. א. (0;1). ב.  $(\pi;3)$  מקסימום מוחלט,  $(-\pi;3)$  מקסימום מוחלט.

$(\frac{\pi}{3}; \frac{3}{4})$  מינימום מוחלט,  $(-\frac{\pi}{3}; \frac{3}{4})$  מינימום מוחלט.



(3)  $\frac{1}{2}$ .

7.  $a = 1$ .

8. א.  $x > -4$ ,  $x \neq 0$ . ב.  $x = -4$ . ג.  $x = -2\frac{2}{3}$ .

ד. עלייה :  $-4 < x < -2\frac{2}{3}$  או  $x > 0$  ; ירידה :  $-2\frac{2}{3} < x < 0$ .

ה.  $\frac{64\sqrt{3}}{9} = 12.317$ .



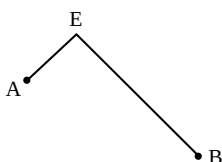


## מבחן בגרות מספר 5

קיץ תש"ע, 2010, מועד ב

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B. במסלול שבין שתי הערים יש תחילה עלייה ואחר כך ירידה (ראה ציור). מהירות הרוכב בירידה היא קבועה, וגדולה ב- 10 קמ"ש ממהירותו בעלייה.

הרוכב עבר את הדרך מ-A ל-B ב- 4.5 שעות.

בדרך חזור עבר הרוכב את הדרך מ-B ל-A ב- 6 שעות.

מהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-A ל-B שווה למהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-B ל-A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא אותה מהירות. אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ.

א. מצא את מהירות הרוכב בעלייה.

ב. מצא את אורך המסלול מ-E ל-B.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

הם שני איברים בסדרה חשבונית במקום ה- $n$  ובמקום ה- $k$  בהתאמה. הפרש הסדרה הוא  $d$ , והאיבר הראשון בסדרה הוא  $a_1 = md$ ,  $m$  – מספר טבעי,  $d \neq 0$ .

א. (1) הראה כי מתקיים  $a_n + a_k = a_1 + d(n+k+m-2)$ .

(2) הבע באמצעות  $n$ ,  $k$  ו- $m$  את המקום בסדרה של איבר השווה

לסכום של שני האיברים  $a_n$  ו- $a_k$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $a_1$ ,  $d$  ו- $m$  את הסכום  $a_{34} + a_{65}$ .

(2) נתון:  $a_{34} + a_{65} = a_{109}$ , סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה

הוא 7900. מצא את  $d$  ואת  $a_1$ .

3. 

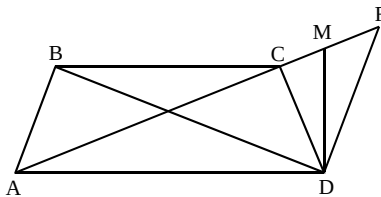
ברשותנו שתי קוביות משחק הנראות זהות. קובייה אחת מאוזנת והאחרת לא מאוזנת. בהטלת הקובייה המאוזנת ההסתברות לקבל אחד מהמספרים הרשומים על פאות הקובייה היא אותה ההסתברות עבור כל אחד מהמספרים.

- בהטלת הקובייה הלא-מאוזנת ההסתברות לקבל את המספר שש היא  $\frac{1}{3}$ .
- א. (1) זורקים 3 פעמים את הקובייה המאוזנת.  
מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?  
(2) זורקים 3 פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.  
מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?
- ב. בוחרים באקראי אחת משתי קוביות, וזורקים 3 פעמים את הקובייה שבחרים.  
(1) מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?  
(2) ידוע כי המספר שש התקבל בדיוק 2 פעמים.  
מהי ההסתברות שנבחרה הקובייה הלא-מאוזנת?
- ג. זורקים  $n$  פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת. הבע באמצעות  $n$  את ההסתברות לקבל לפחות פעם אחת את המספר שש.

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. 



נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $BC \parallel AD$ ).

דרך הקדקוד D העבירו אנך ל-AD

וישר המקביל לשוק AB.

האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M,

והישר המקביל חותך את המשך

האלכסון בנקודה F (ראה ציור).

נסמן:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle CAD = \beta$ .

א. הוכח כי:  $\triangle ABC \sim \triangle FDA$ .

ב. הוכח כי:  $\angle CDM = \angle MDF$ .

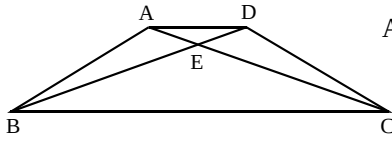
ג. הוכח כי:  $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$ .

5. ▶



בציור שלפניך טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $AD \parallel BC$ ).  
 נתון:  $\angle BDC = \beta$ ,  $\angle CAD = \alpha$ .  
 א. הוכח: היחס בין שטח המשולש AED לשטח המשולש BEC הוא  

$$\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{\sin^2(2\alpha + \beta)}{\sin^2 \beta}$$



ב. נתון גם:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\sqrt{\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle BEC}}} = \frac{1}{4}$ . מצא את  $\beta$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. ▶

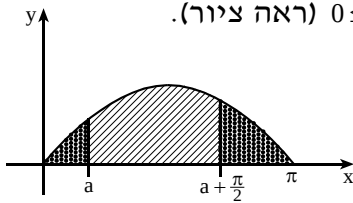


נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + 9}$ .  
 א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המקבילות לצירים.  
 (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמק.

7. ▶



נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  (ראה ציור).  
 מעבירים שני ישרים שמשוואותיהם:  
 $x = a + \frac{\pi}{2}$ ,  $x = a$  ( $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ).  
 $S_1$  הוא השטח המוגבל על ידי שני הישרים, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).  
 $S_2$  הוא סכום של שני שטחים, שכל אחד מהם מוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי אחד הישרים ועל ידי ציר ה- $x$  (סכום השטחים המנוקדים בציור). מצא עבור איזה ערך של  $a$  היחס  $\frac{S_1}{S_2}$  הוא מקסימלי.





נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 15}}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.  
 ג. על סמך סעיפים א' ו-ב' שרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל התחום שבו היא מוגדרת.  
 ד. נתון כי הישר  $y = -kx + 8k$ ,  $k > 0$ , אינו חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ . הישר מחלק את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = 4$  ו- $x = 8$ , לשני שטחים שווים. מצא את הערך של  $k$ .

### תשובות למבחן בגרות מספר 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב:

1. א. 10 קמ"ש. ב. 50 ק"מ.

2. א. (2)  $n + k + m - 1$ . ב. (1)  $a_1 + (97 + m)d$ . (2)  $d = 2$ ,  $a_1 = 22$ .

3. א. (1)  $\frac{5}{72}$ . (2)  $\frac{2}{9}$ . ב. (1)  $\frac{7}{48}$ . (2)  $\frac{16}{21}$ . ג.  $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$ .

5. ב.  $\beta = 106.1^\circ$ .

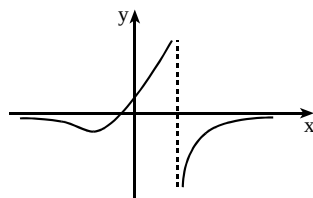
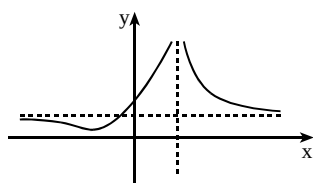
6. א. (1)  $x = 3$ ,  $y = 1$ .

(2)  $(0; 1\frac{1}{3})$ .

(3) עלייה:  $-3.5 < x < 3$ ;

ירידה:  $x > 3$  או  $x < -3.5$ .

ב. (1)  $x = 3$ ,  $y = 0$ . (2)



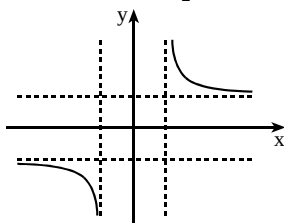
7.  $a = \frac{\pi}{4}$ . הערה: שים לב שכאשר  $S_1$  הוא מקסימלי, היחס  $\frac{S_1}{S_2}$  הוא

מקסימלי.

8. א.  $x < -\sqrt{15}$  או  $x > \sqrt{15}$ .

ב.  $x = \sqrt{15}$ ,  $x = -\sqrt{15}$ ,  $y = 1$ ,  $y = -1$ .

ד.  $k = \frac{3}{8}$ .





## מבחן בגרות מספר 6

חורף תשע"א, 2011

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נהג יצא מעיר A לכיוון עיר B. המרחק בין שתי הערים הוא 120 ק"מ. בהתחלה נסע הנהג במהירות קבועה כפי שתכנן, אבל כעבור  $\frac{3}{4}$  שעה מתחילת נסיעתו הייתה תקלה ברכבו. הנהג חזר מיד לכיוון A, ונסע 10 ק"מ במהירות של 50 קמ"ש עד למוסך הנמצא בדרך ל-A. המוסך טיפל בתקלה במשך 33 דקות, ומיד לאחר הטיפול יצא הנהג לכיוון B במהירות הקטנה ב-10 קמ"ש ממהירות נסיעתו עד התקלה. הוא הגיע ל-B באיחור של שעה אחת לעומת השעה המתוכננת. מה הייתה מהירות הנסיעה של הנהג עד התקלה?

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

בסדרה שכל איבריה שונים מאפס ומאחד נתון כי סכום של כל שני איברים עוקבים שווה למכפלתם.

א. מצא נוסחת נסיגה המביעה את  $a_{n+1}$  באמצעות  $a_n$ .

ב. הוכח כי עבור כל  $n$  טבעי מתקיים:  $a_{n+2} = a_n$ .

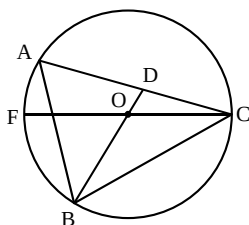
ג. נתון כי  $a_{31} = 3$ ,  $n$  הוא מספר זוגי. מצא נוסחה לסכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה.

3.



משפחה יצאה לטיול במכונית הנוסעת על 4 גלגלים חדשים. בתא המטען של המכונית יש גלגל רזרבי אחד. ההסתברות שיהיה נקר (פנצ'ר) בגלגל חדש בזמן הטיול היא 0.05. ההסתברות שיהיה נקר בגלגל הרזרבי בזמן הטיול היא 0.25. א. מהי ההסתברות שיהיה נקר בדיוק בגלגל אחד מבין ארבעת הגלגלים החדשים?

- (1) מהי ההסתברות שאחרי ההחלפה יהיה נקר רק בגלגל הרזרבי מבין ארבעת הגלגלים?
- (2) מהי ההסתברות שאחרי ההחלפה יהיה נקר רק בגלגל אחד מבין ארבעת הגלגלים?
- (3) ידוע כי אחרי ההחלפה היה נקר רק בגלגל אחד מבין ארבעת הגלגלים.  
מהי ההסתברות שהנקר היה בגלגל הרזרבי?



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - a}{x^2 + 3a} - 1$ .  $a$  הוא פרמטר,  $a > 0$ .

6.



א. מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.

(3) את שיעורי הנקודות הפיתול של הפונקציה. נמק.

(4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(5) אסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

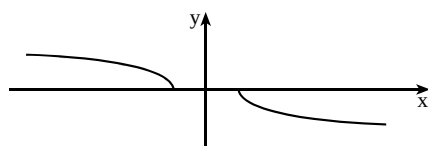
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. הסבר את השינויים בגרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $a < 0$

לעומת גרף הפונקציה עבור  $a > 0$ :

(1) בתחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) בנקודות הפיתול של הפונקציה.



7. נתונות הפונקציות  $f(x) = \sqrt{-x-4}$ ,

$g(x) = -\sqrt{x-4}$  (ראה ציור).

7.



א. מצא את תחום ההגדרה של

כל אחת מהפונקציות הנתונות.

לפונקציות יש משיק משותף, המשיק

לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = x_0$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $x_0$  את השיעורים של הנקודה שבה המשיק

המשותף משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה שהבעת בתת-סעיף ב' (1)

(ערכים מספריים).

ג. השטח המוגבל על ידי המשיק המשותף, על ידי הגרף של

הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ , מסתובב סביב ציר ה- $x$ .

מצא את הנפח של גוף הסיבוב שנוצר.



נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 \tan^2 x$  בתחום  $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ .  
א. בתחום הנתון :

- (1) מצא את ערכי ה- $x$  שעבורם הפונקציה  $f(x)$  אינה מוגדרת.
  - (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
  - (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
  - (4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצא את פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $g(x) = \tan x - x$ .
- (2) בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  מצא את השטח המוגבל על ידי הישר  $y = \frac{2}{3}$ , על ידי הישר  $x = \frac{\pi}{2}$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ . היעזר בפונקציית הנגזרת של  $g(x)$ .

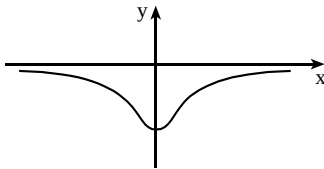
### תשובות למבחן בגרות מספר 6 – חורף תשע"א, 2011:

1. 80 קמ"ש. 2. א.  $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n - 1}$ . ג.  $2.25n$ .

3. א.  $\frac{6859}{40000}$ . ב. (1)  $\frac{6859}{32000}$ . (2)  $\frac{2527}{8000}$ . (3)  $\frac{19}{28}$ .

5. א.  $60^\circ$ . ב.  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin(30 + \alpha) \sin(120 - \alpha)}$ . ג.  $40.89^\circ$ .

6. א. (1) כל  $x$ . ב.



(2) עלייה:  $x > 0$ ; ירידה:  $x < 0$ .

(3)  $x = \sqrt{a}$ ,  $x = -\sqrt{a}$ . (4)  $(0; -1\frac{1}{3})$ .

(5)  $y = 0$ .

ג. (1)  $x \neq \sqrt{-3a}$ ,  $x \neq -\sqrt{-3a}$ . (2) אין נקודות פיתול.

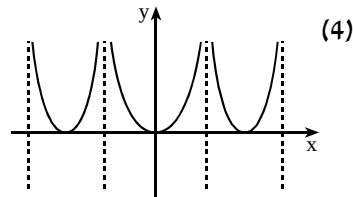
7. א.  $f(x) : x \leq -4$ .  $g(x) : x \geq 4$ .

ב. (1)  $(-x_0; -\sqrt{-x_0 - 4})$ . (2)  $(8; -2)$ . ג.  $2\frac{2}{3}\pi$ .

8. א. (1)  $x = \frac{3\pi}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = -\frac{3\pi}{2}$ . (2)  $x = \frac{3\pi}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = -\frac{3\pi}{2}$ .

(3)  $(-\pi; 0)$ , מינימום,  $(0; 0)$ , מינימום,  $(\pi; 0)$ , מינימום.

ב. (1)  $g'(x) = \tan^2 x$ . (2)  $\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{9} = 0.8056$ .







## מבחן בגרות מספר 7

קיץ תשע"א, 2011, מועד א

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

במפעל לייצור מחשבוניים עובדים פועלים ותיקים ופועלים חדשים. פועל ותיק ופועל חדש התבקשו להרכיב מחשבוניים. לו פועל ותיק היה עובד  $\frac{1}{3}$  מהזמן שנדרש לעובד חדש לבצע לבד עבודה זו, ופועל חדש היה עובד  $\frac{1}{3}$  מהזמן שנדרש לעובד ותיק לבצע לבד עבודה זו, אז יחד הם היו מבצעים  $\frac{13}{18}$  מעבודה זו. פועל ותיק מבצע לבד את העבודה במספר שעות קטן יותר מזה הדרוש לפועל חדש. א. מצא פי כמה גדול מספר השעות הדרוש לפועל חדש לבצע לבד את העבודה, ממספר השעות הדרוש לפועל ותיק לבצע לבד את העבודה. ב. נתון כי פועל ותיק מרכיב 9 מחשבוניים בשעה. בצוות עבודה יש פועל אחד חדש ושני פועלים ותיקים. מצא בכמה שעות הצוות מרכיב 168 מחשבוניים.

2. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת. כל איבר בסדרה זו קטן פי 2 מסכום כל האיברים שאחריו. סכום הסדרה ההנדסית הנתונה הוא 4. מצא את סכום כל האיברים שאחרי האיבר העשירי בסדרה.

3. ▶



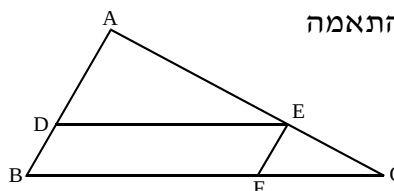
בחברת תקשורת גדולה נבדקו הרגלי הצפייה של הלקוחות. נמצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי אקטואליה גדול פי 4 ממספר הלקוחות שאינם צופים בהם.  $\frac{5}{6}$  מהלקוחות שצופים בערוצי סרטים, צופים בערוצי אקטואליה. 75% מהלקוחות שאינם צופים בערוצי סרטים, צופים בערוצי אקטואליה. בוחרים באקראי לקוח מבין הלקוחות שהרגלי הצפייה שלהם נבדקו. ההסתברות שהוא צופה בערוצי סרטים היא P. א. (1) הבע באמצעות P את ההסתברות שהלקוח שנבחר צופה בערוצי סרטים וגם בערוצי אקטואליה. (2) מצא את P.

- ב. (1) נמצא שהלקוח שנבחר אינו צופה בערוצי סרטים.  
 מהי ההסתברות שהוא אינו צופה בערוצי אקטואליה?  
 (2) בחרו באקראי 5 לקוחות שאינם צופים בערוצי סרטים.  
 מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם צופה בערוצי אקטואליה?

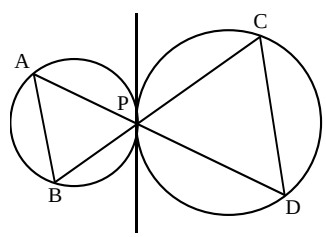
## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. נתון משולש ABC. הנקודות D, E, ו-F נמצאות על הצלעות AB, AC, ו-BC בהתאמה כך ש-  $DE \parallel BC$  ו-  $FE \parallel BA$  (ראה ציור).  
 א. נתון: שטח המשולש ADE הוא  $S_1$ , שטח המשולש EFC הוא  $S_2$ .  
 הבע באמצעות  $S_1$  ו-  $S_2$  את היחס  $\frac{BF}{FC}$ . נמק.  
 ב. הוכח כי שטח המשולש BEF שווה ל-  $\sqrt{S_1 \cdot S_2}$ .




5. לשני מעגלים יש משיק משותף המשיק לשניהם בנקודה P. נקודות C ו-D נמצאות על מעגל אחד ונקודות A ו-B נמצאות על המעגל האחר כך שהקטעים AD ו-CB נפגשים בנקודה P (ראה ציור).  
 נתון: רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות C, D ו-P הוא 4.5 ס"מ,  $\frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$ ,  $\angle BAP = \alpha$ ,  $\angle DCP = \beta$ .  
 א. מצא את רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות A, B ו-P.  
 ב. הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את אורך הקטע BD.  
 ג. אם נתון גם כי  $\frac{PD}{PB} = \frac{3}{2}$ , הראה כי  $BD = 3 \sin \alpha \cdot \sqrt{1 + 24 \sin^2 \alpha}$ .  
 (  $\alpha$  ו-  $\beta$  הן זוויות חדות.)




## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}}$  .  $a$  הוא פרמטר שונה מאפס.



א. עבור  $a > 0$  מצא (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

(3) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור  $a > 0$ .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - a$ ,  $a > 0$ .

(1) מה הן האסימפטוטות של הפונקציה  $g(x)$ ?

(הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

(2) מה הם הערכים שהפונקציה  $g(x)$  יכולה לקבל?

(הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos(x^2 - 2x)$  בתחום  $-0.5 \leq x \leq 2.5$ .



א. בתחום הנתון מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. בתחום הנתון סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

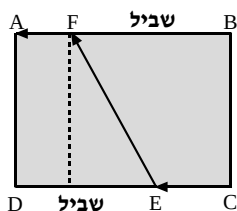
ג. בתחום  $0 \leq x \leq 2$  מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

תוכל להיעזר בסקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

בתשובותיך דייק במידת הצורך עד שתי הספרות אחרי הנקודה העשרונית.

8.



נתונה מדשאה בצורת מלבן ABCD. לאורך צלעות המלבן BA ו-CD יש שבילי הליכה.

אורך הצלע BA הוא 0.4 ק"מ,

ואורך הצלע BC הוא 0.3 ק"מ.

אדם עומד בקדקוד C של המדשאה

ורוצה להגיע לקדקוד A. הוא הולך

לאורך הקטע CE שעל השביל CD,

אחר כך הולך לאורך הקטע EF שעל המדשאה

וממשיך לאורך הקטע FA שעל השביל BA (ראה ציור).

האדם הולך במהירות של 6 קמ"ש לאורך השבילים,

ועל המדשאה הוא הולך במהירות של 4 קמ"ש.

מה צריך להיות אורך הקטע EF, כדי שהאדם יגיע ל-A בזמן הקצר

ביותר? בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## תשובות למבחן בגרות מספר 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א:

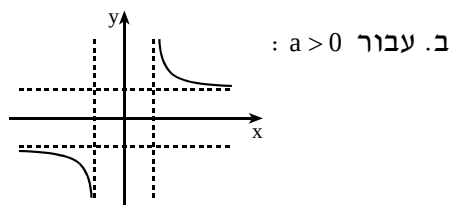
1. א. פי 1.5. ב. 7 שעות. 2.  $\frac{4096}{59049}$ .

3. א. (1)  $\frac{5}{6}p$ . (2)  $P=0.6$ . ב. (1) 0.25. (2)  $\frac{1023}{1024}$ . 4. א.  $\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$ .

5. א. 3 ס"מ. ב.  $BD = \sqrt{36\sin^2 \alpha + 81\sin^2 \beta - 108\sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}$ .

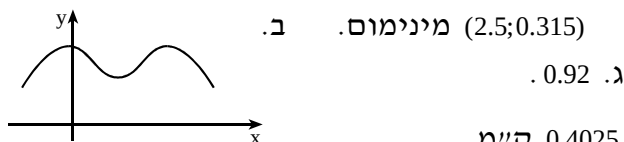
6. א. (1)  $x > a$  או  $x < -a$ . (2)  $x = a$ ,  $x = -a$ ,  $y = a$ ,  $y = -a$ .

(3) עלייה: אף  $x$ ; ירידה:  $x > a$  או  $x < -a$ . (4) אין חיתוך עם הצירים.



ג. (1)  $x = a$ ,  $x = -a$ ,  $y = 0$ ,  $y = -2a$ . (2)  $g(x) > 0$  או  $g(x) < -2a$ .

7. א.  $(-0.5; 0.315)$  מינימום,  $(0; 1)$  מקסימום,  $(1; 0.54)$  מינימום,  $(2; 1)$  מקסימום,



8. 0.4025 ק"מ.



## מבחן בגרות מספר 8

### קיץ תשע"א, 2011, מועד ב

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

רוכב אופניים יצא ממושב A אל מושב B, ולאחר  $\frac{1}{2}$  שעה יצא רוכב אופניים שני ממושב B אל מושב A. הרוכבים נפגשו לאחר שהרוכב השני עבר  $\frac{1}{4}$  מהמרחק שבין B ל-A. ביום אחר יצא רוכב האופניים הראשון ממושב A למושב B  $\frac{1}{2}$  שעה אחרי שרוכב האופניים השני יצא ממושב B אל מושב A. הרוכבים נפגשו באמצע הדרך שבין A ל-B. מהירות הרוכבים לא השתנו. א. חשב את היחס בין מהירות הרוכב הראשון ובין מהירות הרוכב השני. ב. ידוע שאם שני הרוכבים יוצאים באותו רגע זה לקראת זה, הם נפגשים במרחק b ק"מ מאמצע הדרך שבין A ל-B. הבע באמצעות b את הדרך שבין A ל-B.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

א. סכום כל האיברים בסדרה הנדסית אינסופית הוא 112, וסכום האיברים במקומות הראשון, הרביעי, השביעי וכו' של סדרה זו הוא 64. מצא את  $a_1$  ואת q.

ב. בסדרה נתון:  $a_{n+1} = a_n + 4n + 6$ . בסדרה ישנם K איברים (K זוגי). הבע באמצעות K את ההפרש בין סכום האיברים במקומות הזוגיים לבין סכום האיברים במקומות האי-זוגיים.



הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

3.

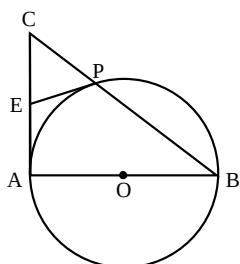


- בקבוצה של 40 אנשים יש 16 גברים והשאר נשים. ל-12 גברים בקבוצה יש רישיון נהיגה, ול-16 נשים בקבוצה יש רישיון נהיגה.
- א. בוחרים באקראי אדם מהקבוצה. מהי ההסתברות שייבחר אדם שיש לו רישיון נהיגה?
- ב. בוחרים באקראי אדם מהקבוצה. לאחר שהאדם חוזר לקבוצה, שוב בוחרים באקראי אדם מהקבוצה. מהי ההסתברות שלפחות פעם אחת ייבחר אדם שיש לו רישיון נהיגה?
- ג. האם המאורע "לבחור מהקבוצה גבר" והמאורע "לבחור מהקבוצה אדם שיש לו רישיון נהיגה" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.
- ד. לכמה נשים בקבוצה צריך שיהיה רישיון נהיגה כדי לקבוע שבקבוצה הנתונה של 40 האנשים אין תלות בין מין האדם לכך שיש לו רישיון נהיגה? (מספר הגברים והנשים בקבוצה אינו משתנה, ומספר הגברים בעלי רישיון אינו משתנה).

### פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

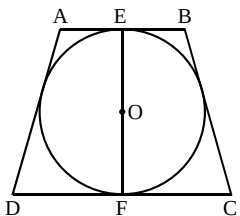
ענה על אחת משאלות 4-5.

4.



- במשולש ישר-זווית  $CAB$  ( $\angle CAB = 90^\circ$ ) הניצב  $AB$  הוא קוטר במעגל שמרכזו  $O$ . היתר  $BC$  חותך את המעגל גם בנקודה  $P$ . המשיק למעגל בנקודה  $P$  חותך את הניצב  $CA$  בנקודה  $E$  (ראה ציור).
- א. הוכח כי  $CE = EA$ .
- ב. אם נתון כי  $\frac{CP}{EA} = \frac{2}{3}$ , וכי שטח המשולש  $CPE$  הוא 2 סמ"ר, מצא את שטח המשולש  $PAB$ . נמק.

5.



- נתון טרפז שווה-שוקיים  $ABCD$  ( $AB \parallel DC$ ) החוסם מעגל שמרכזו  $O$ .  $AB$  ו- $DC$  משיקים למעגל בנקודות  $E$  ו- $F$  בהתאמה.  $EF$  הוא קוטר במעגל (ראה ציור). האורך של שוק הטרפז הוא  $b$ . נתון כי  $(\sin \angle C)^2 = \sin(90^\circ - \angle C)$ . הבע באמצעות  $b$ :
- א. את רדיוס המעגל החסום בטרפז.
- ב. את אורך הבסיס הקטן  $AB$ .
- בתשובותיך השאר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{\cos x}$



א. מצא אם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק.

ב. בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$  :

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות

של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה,

וקבע את סוגן. נמק.

(3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. לשרטוט ששרטטת בתת-סעיף ב(3) הוסף סקיצה של גרף

הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-2\pi \leq x \leq 0$ .

ד. השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי הגרף של  $f(x)$ ,

על ידי הישר  $y = 2$ , על ידי הישר  $x = \frac{\pi}{2}$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי ציר ה- $y$ , מסתובב סביב ציר ה- $x$ .

מצא את הנפח של גוף הסיבוב שנוצר.

ה. בתחום שבין  $-\infty$  ל- $\infty$ , רשום בצורה כללית את השיעורים :

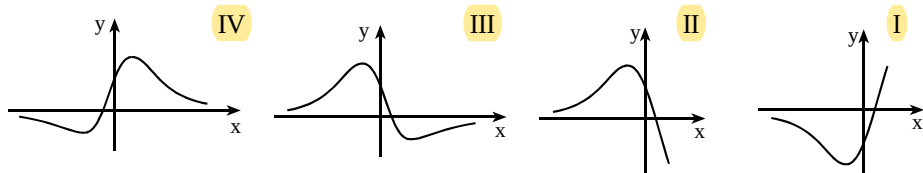
(1) של נקודות המינימום של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) של נקודות המקסימום של הפונקציה  $f(x)$ .

7. נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה  $f(x)$  :  $f''(x) = \frac{-6x^2 - 3x + 3}{\sqrt{(1+x^2)^5}}$ . הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .



א. מבין הגרפים I, II, III, IV, שלפניך, איזה גרף מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ? נמק.



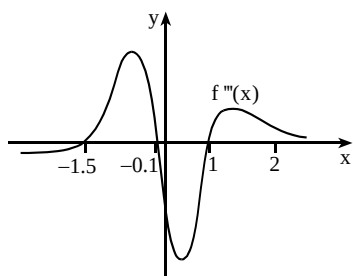
ב. (1) מצא תחומי קעירות כלפי מטה ו) ותחומי קעירות כלפי מעלה ו של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(2) היעזר בגרף של  $f'(x)$  שבסעיף א', ומצא בין אילו שני מספרים

שלמים עוקבים נמצא שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של  $f(x)$ . נמק.

(3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , אם ידוע כי הגרף חותך

את ציר ה- $x$  רק בנקודה אחת שבה  $x = 3$ .



לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השלישית  $f'''(x)$ .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף

של  $f'''(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  וציר ה- $y$

ועל ידי הישר  $x = 2$  בתחום  $x \geq 0$ .

ד. על פי הגרף של  $f'(x)$  שבסעיף א',

הסבר מדוע הגרף של פונקציית הנגזרת

השלישית  $f'''(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשלוש נקודות.

8. נתונות המשוואות של שתי פרבולות :  $f(x) = -a^2x^2$ ,  $g(x) = x^2 - x$ .  $a$  הוא פרמטר שונה מ-0.



הפרבולות נפגשות בנקודות O ו-A (ראשית הצירים).

א. הבע באמצעות  $a$  את השיעורים של הנקודה A.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה A שעבורה השטח, המוגבל על ידי

הגרף של  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי האנך לציר ה- $x$  העובר דרך

הנקודה A, הוא מקסימלי.



**תשובות למבחן בגרות מספר 8 – קיץ תשע"א, 2011, מועד ב:**

1. א.  $\frac{5}{3}$  . ב.  $8b$  ק"מ.

2. א.  $a_1 = 56$  ,  $q = 0.5$  . ב.  $K^2 + 3K$  .

3. א. 0.7 . ב. 0.91 . ג. לא. המאורעות תלויים. ד. 18.

4. ב. 32 סמ"ר.

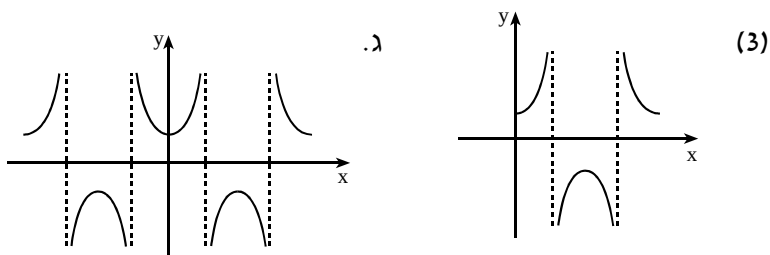
5. א.  $0.393b$  . ב.  $0.382b$  .

6. א. הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

ב. (1) תחום הגדרה:  $0 \leq x \leq 2\pi$  ,  $x \neq \frac{\pi}{2}$  ,  $x \neq \frac{3\pi}{2}$  .

אסימפטוטות מקבילות לצירים:  $x = \frac{\pi}{2}$  ,  $x = \frac{3\pi}{2}$  .

(2)  $(0;1)$  מינימום,  $(\pi;-1)$  מקסימום,  $(2\pi;1)$  מינימום.



ד.  $\frac{2}{3}\pi^2 + \sqrt{3}\pi = 12.02$  .

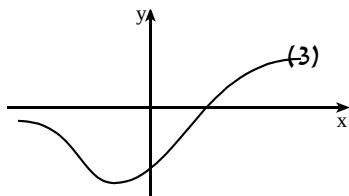
ה. (1)  $(2\pi k;1)$  מינימום. (2)  $(\pi + 2\pi k;-1)$  מקסימום. הערה:  $k$  מספר שלם.

7. א. IV .

ב. (1)  $x > \frac{1}{2}$  או  $x < -1$  ;

(2)  $-1 < x < \frac{1}{2}$  ;

ג. 4.638 .



ד. הפונקציה  $f'''(x)$  היא למעשה הנגזרת השנייה של  $f'(x)$  .

בגרף של  $f'(x)$  שבסעיף א', יש 3 נקודות פיתול ולכן הנגזרת השנייה

של  $f'(x)$  מתאפסת ב-3 נקודות ומכאן שבגרף של  $f'''(x)$  יש 3 נקודות

חיתוך עם ציר ה- $x$  .

8. א.  $A\left(\frac{1}{1+a^2}; \frac{-a^2}{(1+a^2)^2}\right)$  . ב.  $A\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{9}\right)$  .



## מבחן בגרות מספר 9

חורף תשע"ב, 2012

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

משאית יצאה מעיר A לעיר B.  
בדיוק באותו רגע יצאה מכונית מעיר B לעיר A.  
כאשר הגיעה המכונית ל-A היא חזרה מיד ל-B, וכאשר הגיעה ל-B היא מיד שוב יצאה ל-A. המכונית פגשה בדרכה את המשאית שלוש פעמים, לפני שהמשאית הגיעה ל-B.  
הפגישה הראשונה הייתה כעבור 2 שעות מרגע היציאה של המכונית והמשאית לדרך. הפגישה השנייה הייתה כעבור  $4\frac{2}{3}$  שעות מרגע היציאה. הפגישה השלישית הייתה במרחק 40 ק"מ מ-B.  
מצא את המהירות של המשאית (המהירויות של המשאית והמכונית אינן משתנות).

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

א. בסדרה חשבונית ישנם  $2n-1$  איברים. סכום  $n$  איברים הראשונים הוא 760 וסכום  $n$  האיברים האחרונים הוא 1960.  
מצא את  $n$  אם האיבר הראשון בסדרה הוא 10.

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n - 1}$$

ב. נתונה סדרה המקיימת לכל  $n$  טבעי:

$$b_{19} + b_{20} = 4.5, \quad b_{19} > 2$$

$$b_{n+2} = b_n$$

מצא את  $b_{10}$ .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

3. ▶

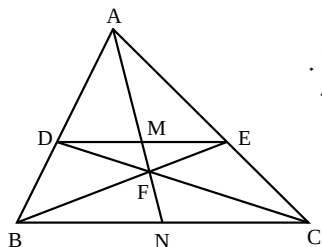


חברה מייצרת טלפונים ניידים חדשניים עם "מסך תלת ממד".  
 כדי לבדוק את הביקוש לטלפונים אלה, ערכה החברה סקר טלפוני.  
 בסקר השתתפו צעירים ומבוגרים. חלק מהמשתתפים בסקר הצהירו  
 שלא יקנו את הטלפון החדשני והשאר הצהירו שיקנו אותו. נמצא כי 50%  
 מהמבוגרים הצהירו כי יקנו את הטלפון החדשני.  $\frac{2}{3}$  מבין אלה שהצהירו  
 כי לא יקנו את הטלפון החדשני, היו צעירים.  $\frac{1}{5}$  מהמשתתפים בסקר היו  
 צעירים שגם טענו כי לא יקנו את הטלפון החדשני.  
 א. בסקר השתתפו 2,000 איש. כמה צעירים השתתפו בסקר?  
 ב. כמה צעירים, מבין הצעירים שהשתתפו בסקר, הצהירו שיקנו  
 את הטלפון החדשני?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת משאלות 4-5.

4. ▶



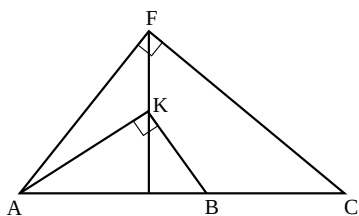
במשולש ABC הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות AB ו-AC בהתאמה  
 כך ש-  $DE \parallel BC$ . CD ו-BE נחתכים בנקודה F.  
 AF חותך את DE בנקודה M, והמשכו חותך את BC בנקודה N (ראה ציור).

הוכח: א.  $\frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$

ב.  $\frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$

ג.  $BN = CN$  ו-  $DM = EM$

5. ▶



במשולש ישר-זווית AFC ( $\angle AFC = 90^\circ$ ), הנקודה K נמצאת על הגובה ליתר כך ש-  $\angle FAK = \beta$  ו-  $\angle KAC = \alpha$ .  
 B היא נקודה על היתר AC כך ש-  $\angle AKB = 90^\circ$  (ראה ציור).  
 רדיוס המעגל החוסם את המשולש AFC הוא R, ורדיוס המעגל החוסם את המשולש AKB הוא r.

א. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את היחס  $\frac{AF}{AK}$

(2) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את היחס  $\frac{R}{r}$

ב. הבע באמצעות R ו-r בלבד את רדיוס המעגל החוסם את המשולש AKF.

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-2}}$



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים  
 (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים  
 (אם יש כאלה).  
 (4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה,  
 וקבע את סוגן.  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ב. נתונה הפונקציה  $g(x)$ , המוגדרת בתחום ההגדרה של  $f(x)$ .  
 הנגזרת של  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x) \cdot f'(x)$ .  
 מצא את תחום הירידה של הפונקציה  $g(x)$ . נמק.

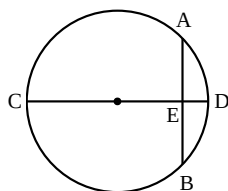
7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{-a \cdot 16 \cos x}{\sqrt{16 \sin x + 9}}$  בתחום  $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$



- a הוא פרמטר גדול מ-0. הפונקציה מוגדרת לכל x בתחום הנתון.  
 א. בתחום הנתון מצא עבור אילו ערכי x:  
 (1)  $f(x) > 0$ . נמק. (2)  $f(x) < 0$ . נמק.

ב. מצא את ערך האינטגרל  $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} f(x) dx$ .

- ג. נתון כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה-x  
 ועל ידי הישרים  $x = -\frac{\pi}{6}$  ו-  $x = \frac{7\pi}{6}$ , שווה ל-8. מצא את הערך של a.



8. CD הוא קוטר במעגל שרדיוסו R.  
 AB הוא מיתר במעגל המאונך  
 לקוטר CD וחותך אותו בנקודה E  
 כך ש-  $CE > R$  (ראה ציור).  
 הבע באמצעות R את השטח המקסימלי  
 של המשולש ABC.



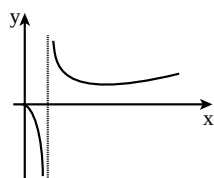
## תשובות למבחן בגרות מספר 9 – חורף תשע"ב, 2012:

1. 40 קמ"ש.

2. א.  $n=16$  . ב.  $b_{10}=1\frac{1}{2}$  .

3. א. 1600 צעירים . ב. 1200 .

5. א. (1)  $\frac{AF}{AK} = \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \beta)}$  . (2)  $\frac{R}{r} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2(\alpha + \beta)}$  . ב.  $\sqrt{R}\sqrt{r}$  .



6. א. (1)  $x \geq 0, x \neq 2$  . (2)  $x=2$  . (3)  $(0;0)$  . (5)

(4)  $(0;0)$  מקסימום,  $(8;4)$  מינימום.

ב.  $2 < x < 8$  .

7. א. (1)  $\frac{7\pi}{6} < x \leq \frac{\pi}{2}$  . (2)  $-\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{2}$  . ב. 0 . ג.  $a = \frac{1}{2}$  .

8.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$  .

**רוצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?**

הכי פשוט להיכנס  
[MY.GEVA.CO.IL](http://MY.GEVA.CO.IL)  
 ולצפות בפתרונות וידאו  
 מלאים לכל השאלות!





## מבחן בגרות מספר 10

### קיץ תשע"ב 2012, מועד א

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

צינור הזרים לבריכה 10 מ"ק מים בקצב קבוע.  
לאחר הפסקה של  $\frac{1}{3}$  שעה הוגבר קצב ההזרמה של הצינור ב-3 מ"ק לשעה.  
בקצב המוגבר הזרים הצינור עוד 20 מ"ק מים.  
הזמן שהצינור הזרים את המים, כולל ההפסקה, זהה לזמן שהיה נדרש לצינור, לו היה מזרים 30 מ"ק מים בלי הפסקה בקצב שלפני ההגברה.  
א. חשב כמה זמן הזרים הצינור את המים עד ההפסקה.  
ב. נתון גם כי הצינור ממלא  $\frac{1}{3}$  מנפח בריכה ריקה ב-18 שעות, כאשר הוא מזרים מים בקצב שלפני ההגברה.  
שני צינורות מזרימים יחד מים לבריכה הריקה באותו קצב.  
קצב זה קטן מהקצב המוגבר של הצינור הנתון וגדול מהקצב שלפני ההגברה.  
באיזה תחום שעות יהיה הזמן שבו שני הצינורות ימלאו את הבריכה?

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה הסדרה  $-2, 5, -8, 11, -14, 17, \dots$ .  
הסימנים של איברי הסדרה מתחלפים לסירוגין, והערכים המוחלטים של האיברים מהווים סדרה חשבונית.  
א. הבע באמצעות  $n$  את הסכום של:  
(1)  $2n$  האיברים הראשונים של הסדרה.  
(2)  $2n+1$  האיברים הראשונים של הסדרה.  
ב. בסדרה הנתונה יש מספר אי-זוגי של איברים, וסכום כל איברי הסדרה הוא -65.  
מצא את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.

3. ▶



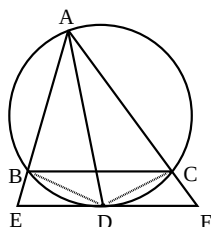
- א. מחלקים 2 כדורים לבנים וכדור 1 שחור בין שני כדים.  
 בכל כד חייב להיות לפחות כדור אחד.  
 בוחרים באקראי כד ומוציאים ממנו כדור אחד.  
 מצא באיזה אופן צריך לחלק את הכדורים בין שני הכדים,  
 כדי שהסיכוי להוציא כדור לבן יהיה הגדול ביותר.  
 ב. בכד אחד יש 5 כדורים: 2 לבנים ו-3 שחורים.  
 (1) מוציאים באקראי 5 פעמים כדור מהכד עם החזרה  
 (בכל פעם מחזירים לכד את הכדור שהוצא).  
 מהי ההסתברות להוציא בדיוק פעמיים כדור לבן?  
 (2) מוציאים באקראי 6 פעמים כדור מהכד עם החזרה.  
 מהי ההסתברות להוציא בדיוק 3 פעמים כדור לבן כך שהכדור  
 הלבן השלישי יוצא בפעם השישית?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

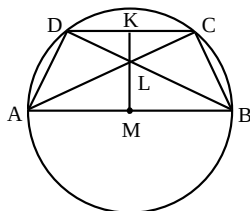
ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ▶



- נתון כי במשולש AEF חוצה-זווית EAF הוא AD.  
 D היא נקודת ההשקה של הצלע EF למעגל,  
 החותך את הצלעות AE ו-AF בנקודות B ו-C  
 בהתאמה. המעגל עובר גם דרך קדקוד A  
 (ראה ציור).  
 הוכח: א.  $BC \parallel EF$ .  
 ב.  $\triangle ABD \sim \triangle DCF$ .  
 ג.  $AD \cdot BD = DF \cdot AB$ .

5. ▶



- טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $DC \parallel AB$ )  
 חסום במעגל שמרכזו M.  
 הבסיס AB הוא קוטר במעגל זה.  
 אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה L.  
 המשך ML חותך את DC בנקודה K  
 (ראה ציור). נתון כי  $\angle BAD = \alpha$ .  
 הבע באמצעות  $\alpha$  את היחס  $\frac{KL}{LM}$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. 

- א. נתון כי הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה רציונלית המקיימת:
- לפונקציה יש שלוש אסימפטוטות:  $x=4$ ,  $x=-1$ ,  $y=0$ .
  - הפונקציה מוגדרת לכל  $x \neq -1$  ו-  $x \neq 4$ .
  - $f(0) > 0$
  - $f(1.5) = 0$
  - $f'(x) < 0$  רק עבור  $-1 < x < 4$
  - $f(x) < 0$  עבור  $x > 4$  ו-  $f(x) > 0$  עבור  $x < -1$ .
- (1) על פי הנתונים שבסעיף זה, סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) על פי הגרף שסרטטת, הראה כי לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  יש נקודת קיצון בתחום  $-1 < x < 4$ , וקבע את סוגה. נמק. אין צורך למצוא את השיעורים של נקודת הקיצון.

- ב. נתון גם כי הפונקציה  $f(x)$  מקיימת  $f(x) = \frac{3a-3bx}{(x^2-ax-4)^2}$ .  
a ו- b הם פרמטרים. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

7. 

- נתונה הפונקציה  $f(x) = 4\sin^2 x \cdot \cos^2 x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .  
בתחום הנתון:
- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

- ד. (1) נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin(4x)$ .  
הראה כי  $g'(x) = f(x)$ .
- (2) בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

8. 

- ישר משיק לפרבולה  $y = x^2$  בנקודה שבה  $0 < x < 1$ .  
המשיק יוצר משולש עם ציר ה- $x$  ועם הישר  $x=1$ .  
מצא את השטח המקסימלי של המשולש הנוצר באופן שתואר.



**תשובות למבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשע"ב 2012, מועד א':**

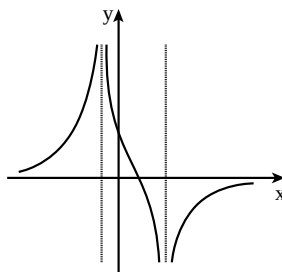
1. א.  $\frac{5}{6}$  שעות, כלומר 50 דקות. ב. בין 21.6 שעות ל- 27 שעות.

2. א. (1)  $S_{2n} = 3n$  . (2)  $S_{2n+1} = -3n - 2$  . ב. -1430 .

3. א. כד א': 1 לבן ; כד ב': 1 לבן ו- 1 שחור. ב. (1)  $\frac{216}{625}$  . (2)  $\frac{432}{3125}$  .

5.  $-\cos 2\alpha$  .

6. א. (1)



(2) קיימת נקודת קיצון מסוג מקסימום.

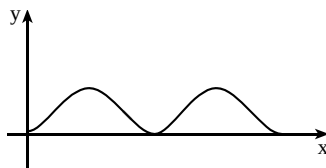
ב.  $f(x) = \frac{9-6x}{(x^2-3x-4)^2}$  .

7. א.  $(\pi; 0)$  ,  $(\frac{\pi}{2}; 0)$  ,  $(0; 0)$  .

ב.  $(0; 0)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{4}; 1)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{2}; 0)$  מינימום,  $(\frac{3\pi}{4}; 1)$  מקסימום,

$(\pi; 0)$  מינימום.

ג.



ד. (2)  $\frac{\pi}{2}$  .

8.  $\frac{8}{27}$  .



## מבחן בגרות מספר 11

### קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- רוכב אופנוע יצא מ-A, ובאותה שעה יצא רוכב אופניים מ-B. הם רכבו זה לקראת זה ונפגשו בדרך. רוכב האופנוע הגיע ל-B כעבור  $\frac{1}{4}$  שעה מרגע הפגישה, ורוכב האופניים הגיע ל-A כעבור 4 שעות מרגע הפגישה (מהירויות הרוכבים היו קבועות).  
א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופנוע למהירות של רוכב האופניים.  
ב. נתון כי המרחק בין A ל-B גדול מ-90 ק"מ.  
מצא באיזה תחום מספרים נמצאת המהירות של כל אחד מהרוכבים.  
(מהירות רוכב האופנוע אינה עולה על 120 קמ"ש).

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה:  $a_{n+1} = \frac{a_n}{1-a_n}$ .  
א. מגדירים סדרה חדשה לפי  $b_n = \frac{a_n - 3}{a_n}$ . הוכח:  $b_{n+1} - b_n = 3$ .  
ב. נתון:  $a_1 + b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{30} = 667.5$ . חשב את  $a_1$ .

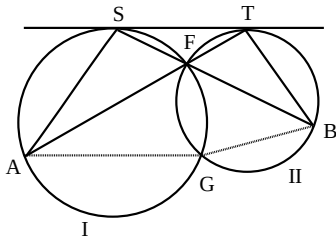
3.



- נערך סקר בקרב מספר גדול של סטודנטים (בנים ובנות).  
חצי מהסטודנטים המשתתפים בסקר היו בנים.  
בסקר נמצא כי מספר הבנות הסובלות מרעש גדול פי 3 ממספר הבנים הסובלים מרעש. נמצא גם כי 5% מבין הבנים סובלים מרעש.  
א. ידוע כי אחד המשתתפים בסקר שנבחר באקראי, סובל מרעש. מהי ההסתברות שהנבחר הוא בת?  
ב. בחרו באקראי 5 סטודנטים מבין משתתפי הסקר.  
ידוע כי לכל היותר 2 מבין הסטודנטים שנבחרו באקראי, סובלים מרעש. מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם סובל מרעש?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



שני מעגלים I ו-II נחתכים בנקודות G ו-F. הישר ST משיק למעגל I בנקודה S, ולמעגל II בנקודה T. המשך SF חותך את המעגל II בנקודה B, והמשך TF חותך את מעגל I בנקודה A (ראה ציור).

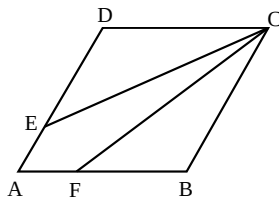
א. הוכח כי  $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$ .

(1) הוכח כי  $\angle AGF = \angle SFA + \angle SAF$ .

(2) הוכח כי אם הנקודות A, G ו-B נמצאות על ישר אחד,

אז  $\angle SFA = 60^\circ$ .

4.



נתון מעוין ABCD. E ו-F הן נקודות על הצלעות AD ו-AB בהתאמה

כך ש-  $AE = AF$  ו-  $FB = 2AF$ .

נתון כי  $\angle DCB = 60^\circ$ .

א. מצא את גודל הזווית FCB.

ב. נתון כי אורך האלכסון AC הוא b.

הבע באמצעות b את היקף המרובע AECF.

5.



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos^3(3x - \pi)$ , המוגדרת לכל x.

א. בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$  מצא:

(1) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

6.



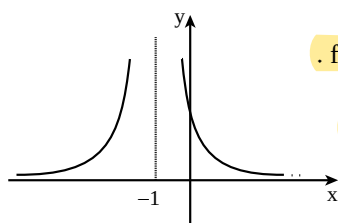
- ב. (1) הוכח כי הפונקציה זוגית.  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום  $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .  
 ג. רשום את משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה בתחום  $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$  ומאונכים לציר ה- $y$ .

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-9}}$

א. מצא :



- (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 (2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.  
 (4) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.  
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ג. מצא את הסימן של האינטגרל המסוים  $\int_k^t f'(x) dx$ ,  $(k < t)$ , אם נתון כי  $k$  ו- $t$  גדולים מ-3. נמק.



- הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציית מנה המוגדרת עבור  $x \neq -1$ .  
 בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 א. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.  
 ב. נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות בלבד:  $x = -1$ ,  $y = 1$ .  
 גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודה שבה  $y = -1$ . סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , על פי תשובתך לסעיף א' ועל פי הנתונים שבסעיף ב'.  
 ג. נתון גם  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ,  $a, b, c, d$  הם פרמטרים שונים מאפס.  
 (1) הבע באמצעות  $a, b, c, d$  את  $f'(x)$ .  
 (2) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$  ועל ידי הצירים.

**תשובות למבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב:**

1. א. היחס הוא 4.

ב. מהירות רוכב האופנוע גדולה מ-72 קמ"ש וקטנה או שווה ל-120 קמ"ש.

מהירות רוכב האופניים גדולה מ-18 קמ"ש וקטנה או שווה ל-30 קמ"ש.

2. ב.  $a_1 = 2$ .

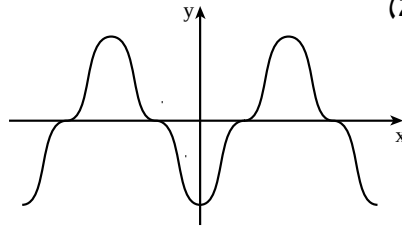
3. א.  $\frac{3}{4}$  . ב.  $\frac{45}{136}$ .

5. א.  $23.41^\circ$  . ב.  $2.063b$ .

6. א. (1)  $(0; -1)$ ,  $(\frac{\pi}{6}; 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}; 0)$ .

(2)  $(0; -1)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{3}; 1)$  מקסימום,  $(\frac{2\pi}{3}; -1)$  מינימום.

ב. (2)



ג.  $y = 0$ ,  $y = -1$ ,  $y = 1$ .

7. א. (1)  $x < -3$  או  $x > 3$ .

(2) אין.

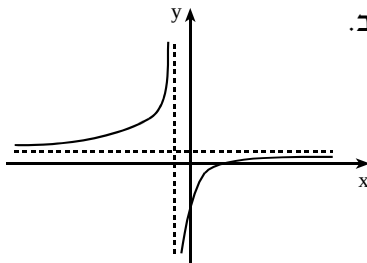
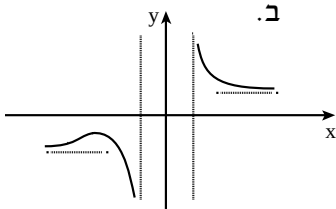
(3)  $y = -1$ ,  $y = 1$ ,  $x = -3$ ,  $x = 3$ .

(4) עלייה:  $x < -9$ ;

ירידה:  $-9 < x < -3$  או  $x > 3$ .

ג. הסימן שלילי.

8. א.  $x > -1$ :  $\cap$ ,  $x < -1$ :  $\cup$  . ב.



ג. (1)  $d = a$ ,  $c = a$ ,  $b = -a$  . (2) 1.



## מבחן בגרות מספר 12

חורף תשע"ג, 2013

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.

דן יצא מתל אביב להרצליה על אופניו, ורכב במהירות קבועה של  $v$  קמ"ש. כעבור  $\frac{1}{2}$  שעה מרגע היציאה של דן, גם אילנית יצאה על אופניה מתל אביב להרצליה, ורכבה באותו מסלול במהירות הגדולה ב-2 קמ"ש ממהירותו של דן.

אילנית ודן נפגשו בדרך להרצליה, ו- $\frac{1}{2}$  שעה לאחר הפגישה הגיעה אילנית להרצליה.

מצא באיזה תחום מספרים נמצאת המהירות  $v$ , אם נתון כי מסלול הרכיבה מתל אביב להרצליה קטן מ-25 ק"מ וגדול מ-9 ק"מ.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

2.

א. נתונה סדרה הנדסית  $3, 6, 12, 24, \dots$   
מסדרים את איברי הסדרה בשורות כך  
שבשורה הראשונה יש איבר אחד ובכל  
שורה אחרת מספר האיברים גדול באחד  
מזה שבשורה הקודמת. הבע באמצעות  $n$   
את סכום האיברים ב- $n$  השורות הראשונות.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

ב. נתונה סדרה חשבונית שאיבריה הם:  $58, 62, 66, \dots, (4n+6)$   
הבע את סכום הסדרה באמצעות  $n$  ( $n > 12$ ).



הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

3. ▶

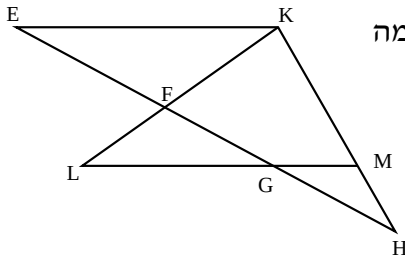


- בחדר I נמצאים  $k$  נשים ו- $k$  גברים ( $k > 1$ ).  
 בחדר II נמצאים  $k$  נשים ו- $3k$  גברים.  
 מטילים קובייה מאוזנת.  
 אם מתקבל מספר המתחלק ב-3, בוחרים בזה אחר זה בלי החזרה,  
 2 אנשים מחדר I.  
 אם מתקבל מספר שאינו מתחלק ב-3, בוחרים בזה אחר זה בלי החזרה,  
 2 אנשים מחדר II.  
 כאשר בוחרים באופן זה, הסתברות לבחור 2 נשים מחדר I גדולה פי  $\frac{15}{7}$   
 מההסתברות לבחור 2 נשים מחדר II.  
 א. מצא את  $k$ .  
 ב. מצא את ההסתברות לבחור 2 נשים באופן שתואר.  
 ג. ידוע שנבחר לפחות גבר אחד באופן שתואר.  
 מהי ההסתברות שנבחרו בדיוק 2 גברים מחדר I?

### פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

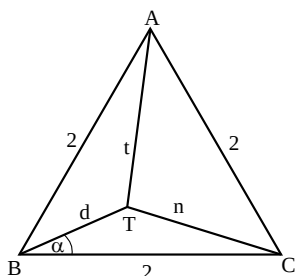
ענה על אחת משאלות 4-5.

4. ▶



- נתון משולש KHE. נקודות M ו-G נמצאות על הצלעות KH ו-EH בהתאמה  
 כך ש-  $GM \parallel EK$ .  
 נקודה F נמצאת על הצלע EH.  
 המשכי הקטעים GM ו-FK נפגשים בנקודה L (ראה ציור).  
 נתון:  $\angle KML = \angle KFH$ .  
 א. הוכח כי  $\triangle KHE \sim \triangle FLG$ .  
 ב. נתון גם:  $\frac{EF}{GE} = \frac{3}{5}$ ,  $EH = 12.5$  ס"מ,  $LG = 5$  ס"מ.

- (1) מצא את האורך של EK.  
 (2) מצא את היחס  $\frac{MH}{KH}$ .



5. נתון משולש שווה-צלעות ABC. נקודה T נמצאת בתוך המשולש (ראה ציור). נתון:  $\angle TBC = \alpha$ ,  $CT = n$ ,  $BT = d$ ,  $AT = t$ . אורך צלע המשולש הוא 2 ס"מ. א. הוכח כי  $\sin(\alpha - 30^\circ) = \frac{n^2 - t^2}{4d}$ . ב. הבע את שטח המשולש ATC באמצעות  $\alpha$  ו-d.



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{6}{x^2 + 3a^2}$ ,  $a > 0$ . א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):  
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (4) אם נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.  
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. ידוע שלפונקציה  $f(x)$  יש שתי נקודות פיתול בלבד ובהן  $x = \pm a$ .  
 (1) היעזר בגרף של  $f(x)$ , והבע באמצעות a את התחום שבו פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  חיובית, ואת התחום שבו היא שלילית. נמק.  
 (2) הבע באמצעות a את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של  $f'(x)$ , וקבע את סוגן.  
 ד. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = a$  ועל ידי ציר ה-x. סמן במערכת צירים את השטח המבוקש.





נתונה הפונקציה  $f(x) = -\sqrt{\sin x} + \frac{1}{2}\sin x$  בקטע  $0 \leq x \leq 3\pi$ .

א. בקטע הנתון מצא :

- (1) עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה מוגדרת.
  - (2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ב. (1) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בקטע הנתון.
- (2) מצא משוואת ישר המשיק לגרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.
- ג. האם יש ערכים של  $x$  בקטע הנתון שעבורם מתקיים האי-שוויון  $\frac{1}{2}\sin x > \sqrt{\sin x}$  נמק.



מחלקים חוט שאורכו  $k$  לשני חלקים ( לאו דווקא חלקים שווים). מחלק אחד של החוט יוצרים מעגל ומהחלק האחר יוצרים ריבוע. סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי כאשר היקף המעגל הוא  $\frac{5\pi}{\pi+4}$ . מצא את הערך של  $k$ .



### התשמו לאתר מייגבע וקבלו

**נ** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות  
**ונ** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים  
 למגוון שאלות לפי נושאים.

**תשובות למבחן בגרות מספר 12 – חורף תשע"ג, 2013:**

1.  $4 < v < 8$

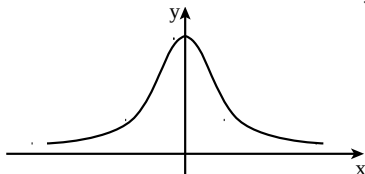
2. א.  $2n^2 + 8n - 384$  . ב.  $3 \cdot (2^{\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n} - 1)$  . ג.  $2n^2 + 8n - 384$

3. א.  $k = 4$  . ב.  $\frac{11}{105}$  . ג.  $\frac{15}{188}$

4. א.  $\frac{MH}{KH} = \frac{2}{5}$  . ב.  $\frac{MH}{KH} = \frac{2}{5}$  . ג.  $\frac{MH}{KH} = \frac{2}{5}$  . ד.  $\frac{MH}{KH} = \frac{2}{5}$

5. א.  $\sqrt{3} - d \cos(30^\circ - \alpha)$  או  $\sqrt{3} - d [\sin(60^\circ - \alpha) + \sin \alpha]$  . ב.  $\sqrt{3} - d \cos(30^\circ - \alpha)$

6. א.  $x$  כל . ב.  $x$



(2)  $\left(0; \frac{2}{a^2}\right)$

(3)  $y = 0$

(4)  $\left(0; \frac{2}{a^2}\right)$  מקסימום.

7. א.  $f''(x) > 0$  כאשר  $x > a$  או  $x < -a$  . ב.  $f''(x) < 0$  כאשר  $-a < x < a$

(2)  $x = a$  מינימום,  $x = -a$  מקסימום.

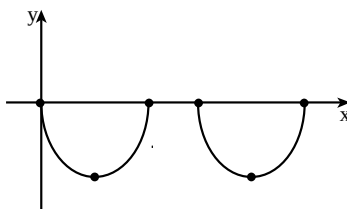
$\frac{1}{2a^2}$  . ג.

7. א.  $0 \leq x \leq \pi$  או  $2\pi \leq x \leq 3\pi$

(2)  $(0; 0)$  מקסימום,  $\left(\frac{1}{2}\pi; -\frac{1}{2}\right)$  מינימום,  $(\pi; 0)$  מקסימום,

$(2\pi; 0)$  מקסימום,  $\left(2\frac{1}{2}\pi; -\frac{1}{2}\right)$  מינימום,  $(3\pi; 0)$  מקסימום.

ב. (1)



(2)  $y = -\frac{1}{2}$

ג. לא.

8.  $k = 5$



## מבחן בגרות מספר 13

### קיץ תשע"ג, 2013, מועד א

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- פועל I ופועל II עובדים במפעל לייצור חלקי חילוף. שני הפועלים מבצעים יחד עבודה מסוימת. קצב העבודה הרגיל של פועל I שונה מקצב העבודה הרגיל של פועל II. אם כל אחד מהפועלים יגביר את קצב העבודה הרגיל שלו ב-50%, ההפרש בין זמן העבודה של שני הפועלים יחד בקצב הרגיל ובין זמן העבודה שלהם יחד בקצב המוגבר יהיה  $\frac{2}{15}$  מהזמן שנדרש לפועל I לבצע לבד את העבודה בקצב הרגיל שלו. א. מצא את היחס בין הזמן שבו פועל I מבצע לבד את העבודה ובין הזמן שבו פועל II מבצע לבד עבודה זו. ב. העבודה ששני הפועלים מבצעים יחד היא הכנה של 300 חלקי חילוף. הפועלים ביצעו יחד עבודה זו בקצב הרגיל שלהם ב-6 ימים. כמה חלקי חילוף ביום מכין לבד פועל I בקצב הרגיל שלו?

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- נתונה סדרה  $a_n$ . סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה הוא:  $S_n = n^2 - 5n + [2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2)]$ . א. מצא נוסחה לאיבר הכללי  $a_n$  בסדרה הנתונה. ב. מתבוננים באיברים של הסדרה הנתונה, שערך כל אחד מהם קטן מ-102. חשב את הערך הגדול ביותר שיכול להתקבל עבור סכום מסוים של איברים כאלה (לאו דווקא הסכום של כל האיברים).

3.▶

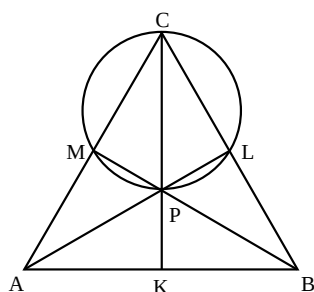


הוועדה המארגנת של תחרות "נולד לשיר" מתלבטת אם ישפוט בתחרות רק שופט א' או יצטרפו אליו שני שופטים נוספים: שופט ב' ושופט ג'. ההצבעה של שופט א' לא תשתנה אם הוא ישפוט לבד או אם ישפוט עם האחרים. ההצבעה של כל אחד מהשופטים אינה תלויה בהצבעה של השופטים האחרים. אם ישפוט בתחרות רק שופט א' – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות אם השופט יצביע בעדו. אם ישפוט שלושת השופטים – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות אם לפחות 2 מהשופטים יצביעו בעדו. יוסי הוא אחד המתמודדים בתחרות. נתון כי ההסתברות ששופט א' יצביע בעד יוסי שווה להסתברות ששופט ב' יצביע בעדו. ההסתברות ששופט ג' יצביע בעד יוסי היא 0.5. א. האם ההסתברות, שיוסי יעבור לשלב נוסף בתחרות אם ישפוט בתחרות רק שופט א', שווה להסתברות שיוסי יעבור לשלב נוסף בתחרות אם ישפוט בתחרות שלושת השופטים? נמק. ב. לבסוף הוחלט שבתחרות ישפוט שלושת השופטים. נתון כי ההסתברות, ששופט א' הצביע בעד יוסי אם ידוע כי יוסי עבר לשלב נוסף בתחרות, גדולה מ-0.8. מצא את תחום הערכים של ההסתברות ששופט א' הצביע בעד יוסי.

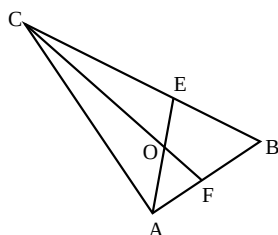
## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4.▶



- א. הוכח כי אם במשולש שני תיכונים שווים זה לזה, המשולש הוא שווה-שוקיים.
- ב. במשולש ABC הנקודות M , L ו- K הן אמצעי הצלעות CB , CA ו- AB , בהתאמה. הנקודה P היא נקודת מפגש של התיכונים במשולש, ונתון שהיא נמצאת על מעגל העובר דרך הנקודות M , L ו- C (ראה ציור). נתון גם כי  $AL = BM$ .
- (1) הוכח כי  $BM \perp AC$ .
- (2) הוכח כי  $AK = AM$ .



5. הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם במשולש ABC.

המשך AO חותך את הצלע BC בנקודה E.

המשך CO חותך את הצלע AB בנקודה F.

(ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle ABC = \beta$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את היחס  $\frac{AE}{CF}$ .

ב. נתון גם:  $\frac{AE}{CF} = \frac{1}{2}$ ,  $\beta = 60^\circ$ .

הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACB שווה ל- $\frac{1}{2}BC$ .

5.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות  
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $g(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{7}{3}\pi$ .

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.

ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$

עם גרף הפונקציה  $f(x) = \sin x$ .

ג. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה  $g(x)$  והנקודה B נמצאת

על גרף הפונקציה  $f(x)$  כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y.

(1) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

(2) כמה קטעים כמו AB שאורכם מקסימלי מתקבלים בתחום הנתון?

נמק.

6.



7.



נתונות שתי פונקציות :  $f(x) = x^2 + 4x + b$

$$g(x) = -x^2 + c$$

$b$  ו- $c$  הם פרמטרים גדולים מ-0.

לגרפים של שתי הפונקציות יש משיק משותף בנקודה משותפת  $P$ .

א. הבע באמצעות  $b$  (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה  $P$ .

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , אם ידוע כי  $b > 4$ .

הישר  $x = a$  חותך את המשיק המשותף בנקודה  $D$ , את הגרף של  $f(x)$  בנקודה  $A$  ואת הגרף של  $g(x)$  בנקודה  $B$  ( $A, D, B$  הן שלוש נקודות שונות).

ג. הראה כי הישר  $PD$  הוא תיכון במשולש  $PAB$ .

ד. השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f(x)$ , על ידי המשיק המשותף

ועל ידי הישרים  $x = a$  ו- $x = -a$ , הוא  $S$ .

הבע באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f(x)$ ,

על ידי הגרף של  $g(x)$  ועל ידי הישרים  $x = a$  ו- $x = -a$ .

8.



נתון כי הפונקציה הזוגית  $f(x) = \sqrt{8 - ax + bx^2} + c$  מוגדרת בתחום  $-2 \leq x \leq 2$  בלבד.

$a, b$  ו- $c$  הם פרמטרים,  $c > 0$ .

א. מצא את הערך של הפרמטר  $a$  ואת הערך של הפרמטר  $b$ .

הצב את הערך של  $a$  ואת הערך של  $b$ , וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = \sqrt{2}$ ,

ומעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = -\sqrt{2}$ .

השטח המוגבל על ידי שני המשיקים ועל ידי ציר ה- $x$  הוא  $\frac{49\sqrt{2}}{2}$ .

מצא את הערך של הפרמטר  $c$ .

ג. בתחום  $-2 \leq x \leq 2$  נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת :  $g(x) = -f(x)$ .

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה שבה  $x = \sqrt{2}$ ,

ומעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = -\sqrt{2}$ .

מהו סוג המרובע שנוצר על ידי שני הישרים המשיקים לגרף

הפונקציה  $f(x)$  ושני הישרים המשיקים לגרף הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.

## תשובות למבחן בגרות מספר 13 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד א:

1. א. היחס הוא  $\frac{3}{2}$ . ב. 20 חלקי חילוף.

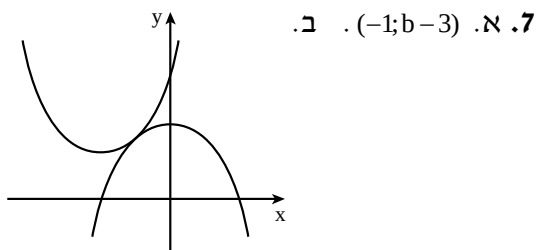
2. א.  $a_n = 6n - 8$ . ב. 884.

3. א. הסתברות שווה. ב.  $0.6 < P \leq 1$ .

$$5. \frac{AE}{CF} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right) \sin \alpha}$$

6. א.  $\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $\left(\frac{2\pi}{3}; 0\right)$ ,  $\left(\frac{5\pi}{3}; 0\right)$ . ב.  $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $\left(\frac{4\pi}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $\left(\frac{7\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

ג. (1) 1. (2) שני קטעים.



ד. 2S.

8. א.  $a=0$ ,  $b=-2$ . ב.  $c=3$ . ג. מעוין.

### מה הקטע של סימני ה-ליד נל שאלה?

לכל שאלה מחכה לכם סרטון הסבר  
מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

- 01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA
- 02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה  
(לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)
- 03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
הכנסו לאתר MY.GEVA.CO.IL



## מבחן בגרות מספר 14

### קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

ראובן ושמעון חופרים יחד תעלה אחת ב-12 שעות.  
אם ראובן חופר לבד  $\frac{1}{3}$  מהתעלה, ולאחר שהוא מסיים את חלקו  
שמעון חופר לבד את יתר התעלה, החפירה מסתיימת כעבור  $23\frac{1}{3}$  שעות.  
כמה תעלות שלמות לכל היותר יחפור ראובן לבד בפחות מ-100 שעות?  
התעלות זהות לתעלה הנתונה.  
הספקי העבודה של שמעון ושל ראובן אינם משתנים.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה  $a_n$  :  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$   
ונתונה סדרת הסכומים  $S_n$  :  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$   
 $S_n$  הוא סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$ .  
סדרת הסכומים  $S_n$  מקיימת לכל  $n$  טבעי :  $S_{n+1} = b \cdot S_n + 3$ ,  $S_1 = 3$ ,  $b \neq 0$ .  
א. הוכח כי הסדרה  $a_n$  היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא  $b$ .  
ב. נתון כי  $|b| < 1$ .  
בונים מהסדרה  $a_n$  שתי סדרות הנדסיות, I ו-II :  
I.  $a_3, a_7, a_{11}, a_{15}, \dots$   
II.  $a_1, -a_3, a_5, -a_7, \dots$   
T הוא הסכום של אין-סוף איברי הסדרה I,  
M הוא הסכום של אין-סוף איברי הסדרה II.  
הבע באמצעות  $b$  את היחס  $\frac{M}{T}$ . פשט את הביטוי ככל האפשר.



3. ▶



מבין כל תלמידי י"ב בעיר מסוימת מאתרים תלמידים שיתאימו לקורס ייחודי. הקורס מתאים לתלמידים שיש להם יכולת טכנית. הבוחנות מאבחנות 80% מבין התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית, ומאבחנות 10% מבין התלמידים שאין להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית.

מבין התלמידים שאובחנו כבעלי יכולת טכנית, אחוז התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית גדול פי 4 מאחוז התלמידים (בקבוצה זו) שאין להם יכולת זו.

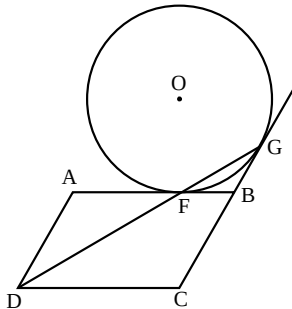
א. מהי ההסתברות שלתלמיד י"ב בעיר זו אכן יש יכולת טכנית?  
ב. באותה עיר כל אלה שאובחנו כבעלי יכולת טכנית השתתפו בקורס, ורק הם. בעיר יש 600 תלמידי י"ב.

מבין המשתתפים בקורס לכמה תלמידים אין יכולת טכנית?

### פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

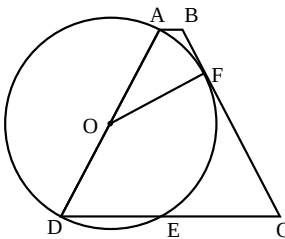
ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ▶



- נתונה מקבילית ABCD .  
הצלע AB משיקה למעגל שמרכזו O  
בנקודה F . המשך הצלע CB משיק  
למעגל בנקודה G (ראה ציור).  
נתון :  $AF = AD$  .  
א. הוכח כי הנקודה F נמצאת על הישר DG .  
ב. נתון גם :  $BO = BC$  ,  $FC \perp DC$  .  
(1) הוכח כי  $OF = FC$  .  
(2) הוכח כי  $FB = \frac{1}{2}BO$  .

5. ▶



- נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $AD = BC$ ) .  
השוק AD היא קוטר במעגל שמרכזו O .  
השוק BC משיקה למעגל בנקודה F .  
המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E  
(ראה ציור). נתון :  $\angle BCD = \alpha$  .  
א. הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית FOD .  
ב. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית ODF .  
(2) הבע באמצעות  $\alpha$  את היחס  $\frac{DE}{DC}$  .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. 

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - \cos \frac{x}{2}$  בתחום  $2\pi \leq x \leq 5\pi$ .



- א. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  (אם יש כאלה) בתחום הנתון.  
 (2) הראה כי פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חיובית בתחום הנתון.  
 (3) רק על פי התשובות לתת-סעיפים (1) ו-(2), סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום הנתון.  
 (4) כמה פתרונות יש למשוואה  $f'(x) = 40$  בתחום הנתון? נמק.  
 ב. (1) רשום את הערך המקסימלי של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  בתחום הנתון.  
 (2) האם השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  בתחום הנתון, שווה לערך של האינטגרל המסוים  $\int_{2\pi}^{5\pi} (f'(x) - f''(x)) dx$ ? נמק

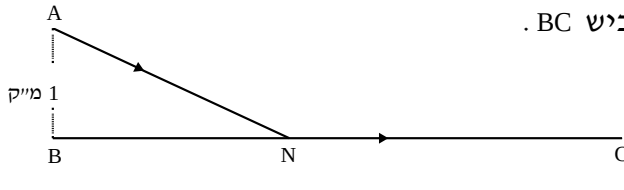
7. 

נתונה הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת לכל  $x$ , ונתונה הפונקציה  $g(x)$ .

נתון:  $g(x) = k + 2x$ ,  $\int_0^1 g(x) dx = 0$ ,  $k$  הוא פרמטר.



- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.  
 ב. נתון גם כי בתחום  $x \geq 0$  מתקיים:  $f(x) \geq g(x)$ ,  $f''(x) > 0$ ,  $f(0) = k$ .  
 סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה  $g(x)$  וסקיצה של הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $x \geq 0$ . נמק.  
 ג. בתחום  $x \geq 0$  איזה שטח גדול יותר: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  והצירים או השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = 1$ ? נמק.  
 ד. נתון גם:  $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + f(0)$ ,  $a$  הוא פרמטר, הגרף של  $g(x)$  משיק לגרף של  $f(x)$  בנקודה הנמצאת בתחום  $x \geq 0$ .  
 מצא את הפונקציה  $f(x)$ .



דני יצא מנקודה A, הנמצאת בשדה

במרחק 1 ק"מ מהכביש BC.

הוא הלך בשדה בקו

אלכסוני במהירות

קבועה  $v$ ,

והגיע לכביש BC

בנקודה כלשהי N. (ראה ציור).

דני הלך בכביש במהירות הגדולה פי  $\frac{13}{12}$  מהמהירות שבה הלך בשדה,

והגיע לנקודה C בכביש. המרחק בין B ל-C הוא 6 ק"מ.

מהו אורך המסלול ANC אם ידוע שדני עבר אותו בזמן המינימלי?

### תשובות למבחן בגרות מספר 14 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב:

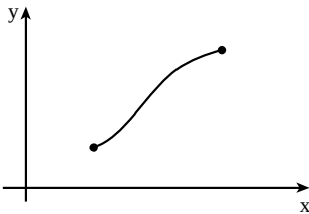
1. לכל היותר 3 תעלות שלמות. 2.  $\frac{M}{T} = \frac{1-b^2}{b^2}$ .

3. א.  $\frac{1}{3}$ . ב. 40 תלמידים.

5. א.  $270^\circ - 2\alpha$ . ב. (1)  $\alpha - 45^\circ$ . (2)  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin(135^\circ - \alpha) \sin(\alpha + 45^\circ)} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$ .

6. א. (1) תחום עלייה:  $2\pi < x < 5\pi$ ; (3)

תחום ירידה: אין.

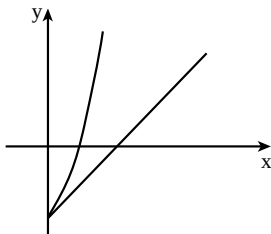


(4) אין פתרונות בתחום הנתון.

ב. (1) 2.25. (2) כן.

7. א.  $(0; -1)$ ,  $(\frac{1}{2}; 0)$ .

ב.



ג. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישר  $x=1$  הוא גדול יותר.

ד.  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ .

8. 6.2 ק"מ.



## מבחן בגרות מספר 15

חורף תשע"ד, 2014

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נמל A ונמל B נמצאים על אותה גדה של נהר, שכיוון הזרם שלו הוא מ-A ל-B. רפסודה הפליגה בשעה 9:00 בבוקר מנמל A אל נמל B, והיא נישאה על גבי הזרם של הנהר כך שמהירות הרפסודה היא מהירות הזרם. באותה שעה הפליגה סירה מנמל B (נגד כיוון הזרם) לכיוון נמל A. מהירות הסירה במים עומדים היא 15 קמ"ש. הסירה הגיעה לנמל A, ומיד חזרה אל נמל B. ידוע כי הרפסודה והסירה יגיעו לנמל B באותה שעה. נתון כי הרפסודה והסירה נפגשו לראשונה כעבור 5 שעות מרגע הפגתן. האם הסירה והרפסודה יגיעו לנמל B עד לשעה 9:00 בערב באותו יום? נמק.

מהירות הזרם ומהירות הסירה במים עומדים הן קבועות.

הערה: בחישוביך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה עשרונית.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת:  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ . סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6. מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה, ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה:  $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$ . סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא -3. מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית:  $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$ . א. הוכח כי הסדרה השלישית היא סדרה הנדסית. ב. נתון כי סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה השלישית הוא 273.25. מצא את  $n$ .

3. ▶



בעיר מסוימת יש תושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, יש תושבים המשתתפים בחוג לתאטרון ויש תושבים המשתתפים בשני החוגים. נמצא כי המאורע "תושב העיר המשתתף בחוג לריקודי עם" והמאורע "תושב העיר המשתתף בחוג לתאטרון" הם מאורעות בלתי תלויים.

מספר התושבים שמשתתפים בחוג לריקודי עם גדול פי 2 ממספר התושבים שמשתתפים בחוג לתאטרון. מבין התושבים שמשתתפים בחוג לתאטרון, 60% משתתפים בחוג לריקודי עם.

א. מהו אחוז התושבים בעיר שמשתתפים בחוג לריקודי עם וגם בחוג לתאטרון?

ב. יום אחד נערך בעיר כנס שהשתתפו בו כל התושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, ורק הם.

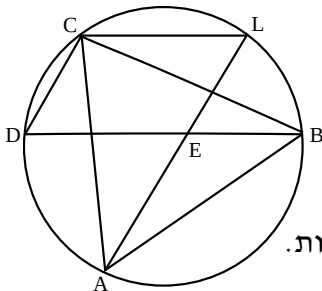
עיתונאי ראיין 6 משתתפים בכנס שנבחרו באקראי.

מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם משתתפים בחוג לתאטרון?

### פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ▶



משולש שווה-צלעות ABC חסום במעגל.

נקודות D ו-L נמצאות על המעגל

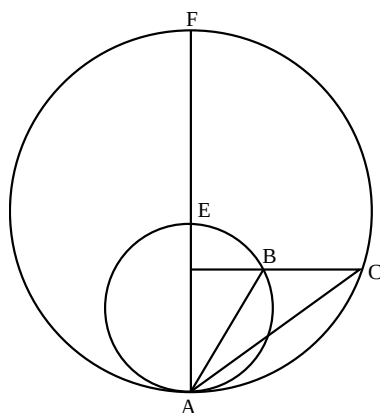
כך ש-  $BD \parallel LC$ .

המיתרים AL ו-BD נחתכים בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע LEDC הוא מקבילית.

ב. (1) הוכח כי  $\triangle ADE$  הוא משולש שווה-צלעות.

(2) הוכח כי  $LC + LB = LA$ .



5. שני מעגלים, גדול וקטן, משיקים מבפנים בנקודה A. נקודה F נמצאת על המעגל הגדול כך שקטע המרכזים של שני המעגלים נמצא על AF.

AF חותך את המעגל הקטן בנקודה E. דרך נקודה B שעל המעגל הקטן העבירו ישר המקביל למשיק המשותף לשני המעגלים. המקביל חותך את המעגל הגדול בנקודה C (ראה ציור). רדיוס המעגל הגדול הוא R, ורדיוס המעגל הקטן הוא r. נתון:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle FAB = \beta$ .

א. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את  $\angle BCA$ . נמק.

(2) הבע רק באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את היחס  $\frac{AC}{AB}$ .

ב. הבע באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$  את היחס  $\frac{R}{r}$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + x - a}{x^2 - x + a}$ . a הוא פרמטר גדול מ-1.

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל x.

א. (1) מצא את האסימפטוטות של  $f(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של  $f(x)$ , וקבע את סוגן. (הבע באמצעות a במידת הצורך.)

(3) ידוע כי גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה-x בשתי נקודות בדיוק. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. בתחום  $x \leq 0$ , השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ ,

על ידי הישר  $x = -1$  ועל ידי ציר ה-x, שווה ל- $\frac{1}{2}$ .

חשב את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה-x (מצא ערכים מספריים).

7. במשולש שווה-שוקיים ABC ( $AB=AC$ ) אורך השוק הוא b .  
 BD הוא גובה לשוק AC . DE הוא אנך לבסיס BC .  
 סמן  $\angle BAC = 2x$  , ומצא מה צריך להיות הגודל של  $\angle BAC$  ,  
 כדי שאורך האנך DE יהיה מקסימלי.  
 בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



8. בטבלה שלפניך מוצגים ערכים מסוימים של הפונקציה  $f(x)$   
 בקטע  $1 < x < 2$  .



| x    | 1.1  | 1.2  | 1.3  | 1.4  |
|------|------|------|------|------|
| f(x) | 1.19 | 1.28 | 1.36 | 1.43 |

- הפונקציה  $f(x)$  חיובית בקטע הנתון, ואין לה נקודות קיצון פנימיות  
 בקטע זה. נתון כי פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  שלילית בקטע הנתון.  
 א. קבע מהו הסימן של  $f'(1.2)$  . נמק.  
 ב. קבע אם הטענה  $f'(1.3) < f'(1.2) < f'(1.1)$  נכונה. נמק.

- נתונה הפונקציה  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  בקטע  $1 < x < 2$  .  
 ג. בקטע הנתון מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $g(x)$   
 (אם יש כאלה). נמק.  
 ד. הראה כי בתחום  $1.1 \leq x \leq 1.3$  אין פתרון למשוואה  $g'(x) = f'(x)$  .

## תשובות למבחן בגרות מספר 15 – חורף תשע"ד, 2014:

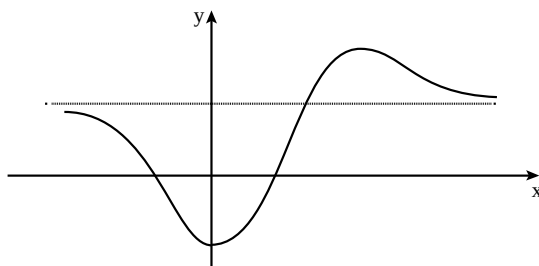
1. לא. הם יגיעו לנמל B 12.07 שעות לאחר יציאתם.

2. ב.  $n = 7$ .

3. א. 18% . ב. 0.579825 .

5. א. (1)  $90^\circ - (\alpha + \beta)$  . (2)  $\frac{\cos \beta}{\cos(\alpha + \beta)}$  . ב.  $\frac{\cos^2 \beta}{\cos^2(\alpha + \beta)}$  .

6. א. (1)  $y = 1$  . (2)  $(0; -1)$  מינימום,  $\left(2a; \frac{4a+1}{4a-1}\right)$  מקסימום. (3)



ב.  $(-2; 0)$  ,  $(1; 0)$  .

7.  $109.47^\circ$  .

8. א. הסימן הוא חיובי. ב. הטענה נכונה. ג. עלייה:  $1 < x < 2$  ; ירידה: אין.

**איד משתמשים בחוברת?**

מורידים את האפליקציה MY.GEVA

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה

צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה









## מבחן בגרות מספר 16

### קיץ תשע"ד, 2014, מועד א

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

- משאית יצאה מעיר A, וכעבור 6 שעות מרגע יציאתה הגיעה לעיר B. זמן מה אחרי יציאת המשאית יצאה מכונית מעיר A, והגיעה לעיר B 2 שעות לפני המשאית. המשאית והמכונית נפגשו כעבור שעה מרגע היציאה של המכונית. המהירויות של המשאית ושל המכונית היו קבועות. מצא כמה שעות אחרי רגע היציאה של המשאית יצאה המכונית (מצא את שני הפתרונות).

1. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- בסדרה חשבונית יש  $3n$  איברים. סכום  $n$  האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום  $n$  האיברים הקודמים להם.  
א. הוכח שסכום  $n$  האיברים הראשונים הוא 0.  
ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשביעי הוא 0.  
סכום כל איברי הסדרה הוא 726. מצא את הפרש הסדרה.

2. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- אבא ודני משחקים בזריקת כדור לסל. בכל משחק שני סיבובים. המנצח בסיבוב מקבל נקודת אחת. אם הסיבוב מסתיים בתיקו, כל אחד מקבל חצי נקודה.  
נתון: ההסתברות שדני ינצח בסיבוב היא 0.1, ההסתברות שאבא ינצח בסיבוב היא 0.2, ההסתברות שהסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.7. הסיבובים אינם תלויים זה בזה.  
א. מהי ההסתברות שאבא יצבור בשני הסיבובים יותר מנקודה אחת?  
ב. מהי ההסתברות שדני יצבור בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת?  
ג. ידוע כי דני צבר בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת. מהי ההסתברות שאחד הסיבובים הסתיים בתיקו והאחר הסתיים בניצחון של דני?

3. ▶

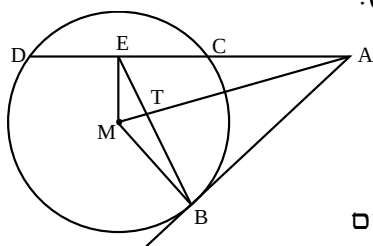


ד. אבא ודני משחקים 4 פעמים את המשחק שמתואר בפתיח.  
(בכל משחק שני סיבובים.)

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

④.4



מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B ,  
ויוצא ישר אחר החותך את המעגל בנקודות C ו-D .  
הנקודה E היא אמצע המיתר DC .  
הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע AEMB

הוא בר חסימה במעגל.

ב. אלכסוני המרובע AEMB,

שהוא בר חסימה במעגל,

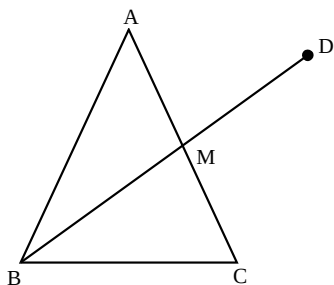
נפגשים בנקודה T.

נתון כי הנקודה T היא מפגש התיכונים

במשולש BDC. הוכח כי  $TB^2 = 2MT \cdot TA$ .

ג. נתון  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  ס"מ  $TE =$  ,  $MT = 1$  ס"מ

מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע AEMB.



במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ),

BM הוא תיכון לשוק (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = 50^\circ$ .

א. חשב את גודל הזווית הקהה AMB.

ממשיכים את BM עד הנקודה D.

נתון גם :

רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC

הוא 10 ס"מ. רדיוס המעגל החוסם

את המשולש ABD הוא 14 ס"מ.

ב. חשב את זווית המשולש AMD.

▶.5



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = 2\sin^2 x$ ,  $g(x) = \sin(2x)$ , בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .



א. בתחום הנתון מצא:

(1) את שיעורי ה- $x$  של נקודות החיתוך בין הגרפים

של שתי הפונקציות.

(2) את נקודות החיתוך של כל אחת משתי הפונקציות עם ציר ה- $x$ .

ב. (1) נתונה הפונקציה  $h(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$ .

הראה כי  $h'(x) = f(x)$ .

(2) בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  מצא את השטח הכלוא בין הגרפים

של שתי הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{ax^2 + 9}$ .  $a$  הוא פרמטר גדול מ-0.



א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

(2) הראה כי לפונקציה  $f(x)$  אין נקודות פיתול.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ?

(2) הבע באמצעות  $a$  את האסימפטוטות האופקיות של פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$ .

(3) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

(אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

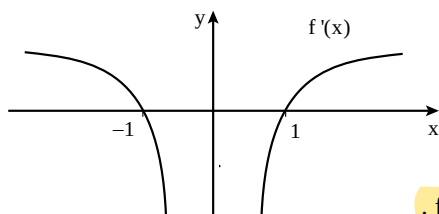
ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = -4$ , שווה ל-2.

בלי לחשב את הערך של  $a$ , חשב את הערך המספרי של  $f(-4)$

ואת הערך המספרי של  $f(4)$ .

8.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

האסימפטוטה היחידה

של הפונקציה  $f(x)$  היא  $x=0$ .

נתון כי יש פתרון אחד בלבד

למשוואה  $f(x)=2$  ופתרון

אחד בלבד למשוואה  $f(x)=-2$ .

א. רק על פי נתוני השאלה,

סרטט סקיצה של הפונקציה  $f(x)$ .

נמק.

ב. נתון גם כי פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא  $f'(x) = \frac{ax^2 - b}{ax^2}$ .

a ו-b הם פרמטרים שונים מ-0.

מצא את הפונקציה  $f(x)$  (בלי פרמטרים).

## תשובות למבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד א:

1. שעה או שעתיים.

2. ב.  $d=2$ . 3. א. 0.32. ב. 0.68. ג.  $\frac{7}{34}$ . ד. 0.2841.

4. ג. 3 ס"מ. 5. א.  $100.56^\circ$ . ב.  $60.22^\circ$ ,  $79.44^\circ$ ,  $40.34^\circ$ .

6. א. (1)  $x=0$ ,  $x=\frac{\pi}{4}$ ,  $x=\pi$ . (2)  $f(x)$ :  $(0;0)$ ,  $(\pi;0)$ .

$g(x)$ :  $(0;0)$ ,  $(\frac{\pi}{2};0)$ ,  $(\pi;0)$ .

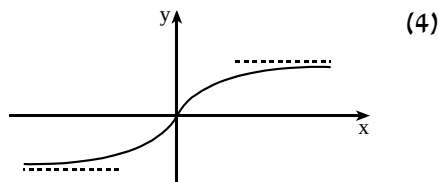
ב. (2)  $2 + \frac{\pi}{2}$ .

7. א. (1) כל  $x$ . ב. (1) כל  $x$ .

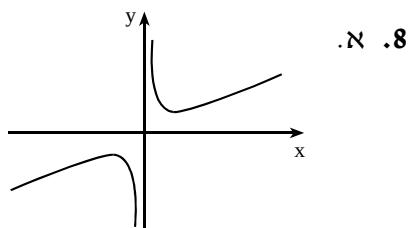
(2)  $y = -\sqrt{a}$ ,  $y = \sqrt{a}$ .

(3) עלייה: כל  $x$ ; ירידה: אין.

ג.  $f(-4)=5$ ,  $f(4)=5$ .



ב.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ .





## מבחן בגרות מספר 17

### קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- רץ I ורץ II יצאו באותו רגע מאותו מקום. הם רצו במהירות קבועה ובאותו כיוון.  
 המהירות של רץ I הייתה 6 קמ"ש, והמהירות של רץ II הייתה 7.5 קמ"ש. כעבור 20 דקות מרגע היציאה של שני הרצים, יצא רץ III מאותו מקום ובאותו כיוון, והוא רץ במהירות קבועה.  
 רץ III פגש בדרך את רץ I, ושעה אחר כך הוא פגש את רץ II.  
 מצא כמה שעות עברו מרגע היציאה של רץ III עד לפגישתו עם רץ II.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- נתונה סדרה חשבונית:  $a_1, a_2, a_3, \dots$   
 שלושה איברים עוקבים בסדרה,  $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$ , מקיימים:  

$$a_{n+2}^2 - a_n^2 = 216$$

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 54$$
 א. מצא את האיבר  $a_n$ .  
 ב. לקחו חלק מהאיברים בסדרה הנתונה ובנו סדרה חשבונית חדשה:  
 $a_5, a_9, a_{13}, \dots, a_{4k+1}$ .  
 סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 450.  
 האיבר הראשון בסדרה הנתונה בפתיח הוא  $a_1 = -21$ .  
 מצא את הערך של  $k$ .

3. ▶

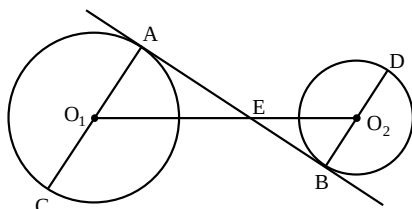


- בעיר גדולה כל אחד מתלמידי כיתות י"ב בשנה מסוימת בוחר באחד משני המסלולים לטיול שנתי: מסלול א' או מסלול ב'.  
 נמצא: 75% מן התלמידים שבחרו במסלול א' הן בנות.  
 10% מן הבנות בחרו במסלול ב'.  
 40% מן התלמידים הם בנות.  
 א. בוחרים באקראי תלמיד י"ב (בן/בת). מהי ההסתברות שהוא בחר במסלול א'?  
 ב. כאשר בוחרים באקראי תלמיד (בן/בת), האם המאורע "התלמיד הוא בת" והמאורע "התלמיד (בן/בת) בחר במסלול א'" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.  
 ג. בחרו באקראי כמה בנות מבין התלמידים. נמצא שההסתברות שלפחות אחת מהן בחרה במסלול א' היא 0.99. (הבחירות של המסלולים על ידי הבנות שנבחרו הן בלתי תלויות). כמה בנות נבחרו?

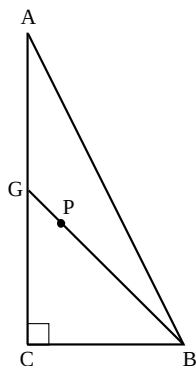
### פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת משאלות 4-5.

4. ▶



- AC הוא קוטר במעגל שמרכזו  $O_1$ .  
 BD הוא קוטר במעגל שמרכזו  $O_2$ .  
 ישר משיק למעגלים  $O_1$  ו- $O_2$  בנקודות A ו-B בהתאמה.  
 המשיק חותך את קטע המרכזים  $O_1O_2$  בנקודה E (ראה ציור).  
 נתון: רדיוס המעגל  $O_1$  הוא 30 ס"מ, רדיוס המעגל  $O_2$  הוא 20 ס"מ, אורך קטע המרכזים  $O_1O_2$  הוא 90 ס"מ.  
 א. (1) מצא את היחס  $\frac{O_1E}{O_1C}$ . נמק.  
 (2) הוכח כי  $\triangle EO_1C \sim \triangle EO_2D$ .  
 ב. הוכח כי הנקודה E נמצאת על הישר CD.



- במשולש ישר-זווית  $ACB$  ( $\angle ACB = 90^\circ$ ) נקודה  $G$  היא אמצע הניצב  $AC$ . נקודה  $P$  נמצאת על  $GB$  כך ש-  $BG = 4 \cdot PG$  (ראה ציור). רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $CGB$  הוא  $R$ . נתון:  $GC = BC$ . א. הבע באמצעות  $R$  את רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ACB$ . ב. הבע באמצעות  $R$  את מרחק הנקודה  $P$  ממרכז המעגל החוסם את המשולש  $ACB$ .

5. ▶



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$

$$g(x) = \sqrt{8x^2 - x^4}$$

6. ▶



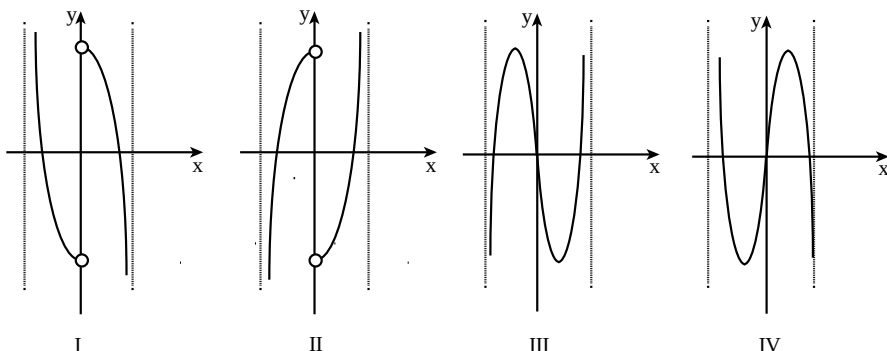
- א. (1) לשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. מצא את תחום ההגדרה.  
(2) מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  עם הצירים.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של כל אחת מהפונקציות, וקבע את סוגן.

ג. על פי הסעיפים א ו-ב, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ד. לפיכך ארבעה גרפים, I – IV.

איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ ? נמק.

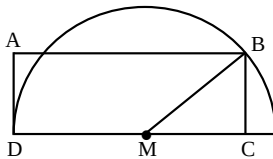


נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ .

7.



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.  
 (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
 וקבע את סוגן.  
 ב. רק על פי סעיף א, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. רק על פי הסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  שסרטטת,  
 מצא את התחום שבו מתקיים: פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  שלילית  
 ופונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  חיובית.  
 נמק.



8.



- נתון מלבן ABCD. הצלע DC מונחת על הקוטר של חצי מעגל שהרדיוס שלו R ומרכזו M כך ש-  $DC \geq R$ . הצלע AD משיקה לחצי המעגל בנקודה D, והקדקוד B נמצא על המעגל (ראה ציור).  
 נסמן:  $\angle BMC = x$ .  
 א.  $S(x)$  – שטח המלבן ABCD. כדי ששטח המלבן  $S(x)$  יהיה מקסימלי.  
 ב. הבע באמצעות R את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $S(x)$  ועל ידי ציר ה-  $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .



**תשובות למבחן בגרות מספר 17 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב :**

1.  $1\frac{2}{3}$  שעות (שעה ו-40 דקות).

2. א.  $a_n = 15$  . ב.  $k = 10$  .

3. א. 0.48 . ב. לא, המאורעות הם מאורעות תלויים. ג. שתי בנות.

4. א. (1)  $\frac{9}{5}$  .

5. א.  $\frac{\sqrt{10}}{2}R$  . ב.  $\frac{R}{2}$  .

6. א. (1)  $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$  .

(2)  $f(x)$  :  $(-\sqrt{8};0)$  ,  $(0;0)$  ,  $(\sqrt{8};0)$  .

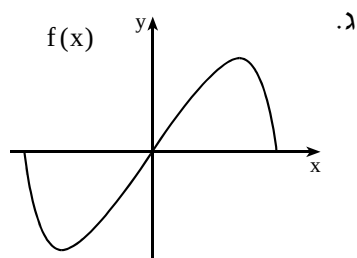
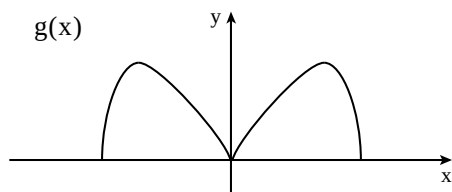
$g(x)$  :  $(-\sqrt{8};0)$  ,  $(0;0)$  ,  $(\sqrt{8};0)$  .

ב.  $f(x)$  :  $(2;4)$  מקסימום מוחלט,  $(-2;-4)$  מינימום מוחלט.

$g(x)$  :  $(2;4)$  מקסימום מוחלט,  $(-2;4)$  מקסימום מוחלט.

$(\sqrt{8};0)$  מינימום מוחלט,  $(0;0)$  מינימום מוחלט,

$(-\sqrt{8};0)$  מינימום מוחלט.



ד. גרף I.

7. א. (1)  $x \neq -1$  ,  $x \neq 1$  .

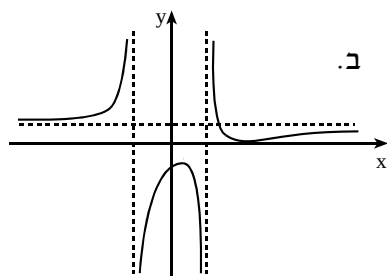
(2)  $y = 1$  ,  $x = -1$  ,  $x = 1$  .

(3)  $(2;0)$  ,  $(0;-4)$  .

(4)  $(2;0)$  מינימום,  $(\frac{1}{2};-3)$  מקסימום.

ג.  $1 < x < 2$  .

8. א.  $\frac{\pi}{3}$  . ב.  $1\frac{1}{2}R^2$  .





## מבחן בגרות מספר 18

### קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

שני פועלים, פועל I ופועל II, מתקנים כביש. ההספק של כל אחד משני הפועלים קבוע. ביום הראשון עבד פועל I לבד 4 שעות, ואז הצטרף אליו פועל II, והם עבדו יחד עוד 3 שעות. התברר כי ביום הראשון ביצעו הפועלים סך הכול 60% מהתיקון כולו. ביום השני עבדו הפועלים יחד כל הזמן כך שסך הכול בשני ימי העבודה ביצע כל אחד מהפועלים בדיוק מחצית מהתיקון כולו. מצא כמה שעות עבדו הפועלים יחד ביום השני.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה חשבונית שיש בה  $n$  איברים ( $n > 2$ ):  
 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$   
 הפרש הסדרה הנתונה הוא  $d$ .  
 מהסדרה הנתונה בנו סדרה חדשה של הפרשי ריבועים:  
 $a_2^2 - a_1^2, a_3^2 - a_2^2, \dots, a_n^2 - a_{n-1}^2$   
 א. הוכח כי הסדרה החדשה היא סדרה חשבונית שהפרש שלה הוא  $2d^2$ .  
 ב. נתון:  $a_2^2 - a_1^2 = 64$ .  
 הבע את האיבר האחרון בסדרה החדשה באמצעות  $d$  ו- $n$ .  
 ג. נתון גם:  $a_n^2 - a_{n-1}^2 = 192$ ,  $d^2 > 1$ .  
 מצא את תחום הערכים של  $n$ .

3. ▶

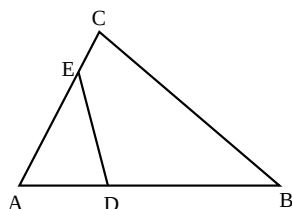


- מבין העובדים בחברה גדולה בוחרים באקראי 4 עובדים.  
ההסתברות שלכל היותר ל-3 עובדים יש השכלה גבוהה היא  $\frac{255}{256}$ .  
א. לאיזה אחוז מהעובדים יש השכלה גבוהה?  
ב. מהי ההסתברות שמבין 4 עובדים שבחרים באקראי, ל-3 אין השכלה גבוהה?  
ג. 40% מעובדי החברה הן נשים. ל- $\frac{1}{4}$  מהנשים יש השכלה גבוהה.  
מבין העובדים שיש להם השכלה גבוהה בחרו באקראי שני עובדים.  
מהי ההסתברות ששני העובדים הם נשים?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת משאלות 4-5.

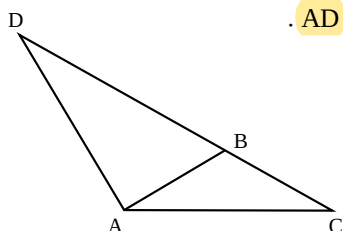
4. ▶



- במרובע BDEC המשכי הצלעות BD ו-CE  
נפגשים בנקודה A, כמתואר בציור.  
נתון כי המרובע BDEC  
הוא בר-חסימה במעגל.  
א. הוכח כי  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ .

- נתון: שטח המשולש ACB גדול פי 4 משטח המשולש ADE.  
נקודה F נמצאת על הצלע ED כך ש- $\angle EAF = \angle DAF$ .  
המשך AF חותך את BC בנקודה G.  
ב. (1) הוכח כי  $\triangle AEF \sim \triangle ABG$ .  
(2) מצא את היחס  $\frac{EF}{BG}$ .  
ג. הוכח כי  $\frac{GC}{BG} = \frac{AD}{AE}$ .

5. ▶



- נתון משולש שווה-שוקיים ADC שבו  $AD = AC$ .  
נקודה B נמצאת על הצלע DC  
כך ש-  $AB = BC$  ו-  $DC = 3BC$  (ראה ציור).  
א. מצא את גודל הזוויות במשולש ADC.  
ב. נתון גם כי שטח המשולש ADC  
הוא  $16\sqrt{3}$  סמ"ר.  
BT הוא גובה לצלע AC במשולש ABC.  
מצא את האורך של הקטע DT.

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

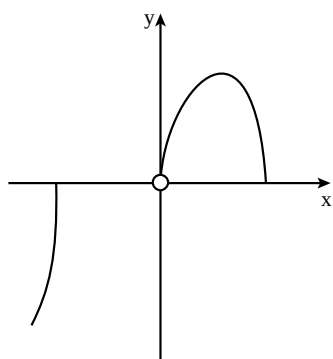
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x + \frac{\cos x}{\sin x}$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

6.



- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- (1) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ .  
השיפוע של משיק זה הוא המקסימלי מבין השיפועים של כל המשיקים  
לגרף הפונקציה בתחום הנתון.  
מצא את הזווית שמשיק זה יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .



בציור שלפניך מוצגת סקיצה של גרף

7.



הפונקציה  $f(x) = \frac{\sqrt{12x^3 - x^5}}{x}$

שתחום ההגדרה שלה

הוא  $0 < x \leq 2\sqrt{3}$ ,  $x \leq -2\sqrt{3}$ .

א. הישר  $y = k$  חותך את גרף

הפונקציה  $f(x)$  בשתי נקודות בדיוק.

מצא את תחום הערכים של  $k$ .

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \sqrt{12x - x^3}$ ,

שתחום ההגדרה שלה הוא  $0 \leq x \leq 2\sqrt{3}$ ,  $x \leq -2\sqrt{3}$ .

(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(3) עבור הערכים של  $k$  שמצאת בסעיף א', מצא בכמה נקודות

חותך הישר  $y = k$  את גרף הפונקציה  $g(x)$ .

8. ▶



נתון כי הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ , ומקיימת:  $f'(x) = x^2 - 6x + 5$ .

א. הישר  $y = 10\frac{2}{3}$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

נתון כי הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל  $x$ , ומקיימת:  $f'(x) = g'(x)$ .  
ב. המרחק בין נקודת המקסימום של  $f(x)$  לנקודת המקסימום של  $g(x)$  הוא 1. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן. מצא את שתי האפשרויות.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסקיצות של שני הגרפים האפשריים של  $g(x)$ .  
(2) כמה נקודות פגישה עם ציר ה- $x$  יש לכל אחד משלושת הגרפים שסרטטת?

**תשובות למבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג:**

1. 3 שעות. 2. ב.  $64 + (n-2) \cdot 2d^2$ . ג.  $2 < n < 66$ .

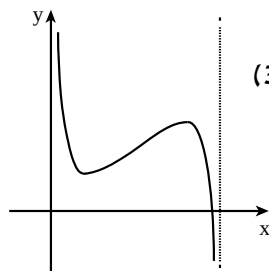
3. א. 25%. ב.  $\frac{27}{64}$ . ג. 0.16. 4. ב.  $\frac{1}{2}$  (2).

5. א.  $30^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $120^\circ$ . ב.  $10.58$  ס"מ  $= 4\sqrt{7}$  ס"מ.

6. א.  $0 < x < \pi$ . ב. (1)  $x = \pi$ ,  $x = 0$ .

(2)  $(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} + 1)$  מינימום,  $(\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{2} - 1)$  מקסימום. (3)

ג.  $45^\circ$ .

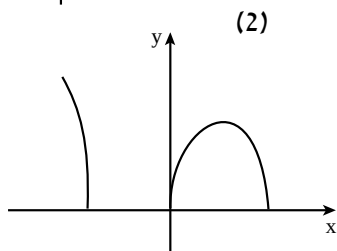


7. א.  $0 \leq k < 4$ .

ב. (1) עלייה:  $0 < x < 2$ ;

ירידה:  $2 < x < 2\sqrt{3}$  או  $x < -2\sqrt{3}$ .

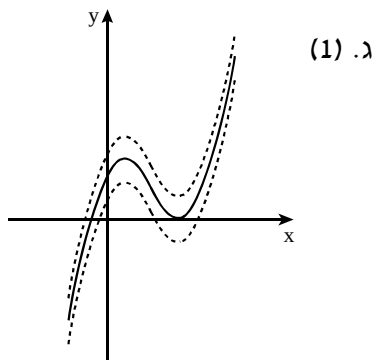
(3) ב-3 נקודות.



8. א.  $(1; 10\frac{2}{3})$  מקסימום,  $(5; 0)$  מינימום.

ב. אפשרות א':  $(1; 11\frac{2}{3})$  מקסימום,  $(5; 1)$  מינימום.

אפשרות ב':  $(1; 9\frac{2}{3})$  מקסימום,  $(5; -1)$  מינימום.



(2) לגרף של  $f(x)$  (המצויר בקו מלא) יש שתי נקודות פגישה

עם ציר ה- $x$ .

לגרף העליון של  $g(x)$  (המצויר בקו מקווקו) יש נקודת פגישה

אחת עם ציר ה- $x$ .

לגרף התחתון של  $g(x)$  (המצויר בקו מקווקו) יש 3 נקודות

פגישה עם ציר ה- $x$ .



## מבחן בגרות מספר 19

חורף תשע"ה, 2015

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- צבעים ותיקים וצבעים מתלמידים צריכים לצבוע מספר מסוים של דלתות.  
צבע אחד ותיק ו-2 צבעים מתלמידים יסיימו את הצביעה בזמן הארוך  
ב-25% מהזמן שבו יסיימו את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד  
מתלמד. לכל צבע ותיק אותו קצב עבודה בלתי משתנה, ולכל צבע  
מתלמד אותו קצב עבודה בלתי משתנה.  
(צבע ותיק עובד מהר יותר מצבע מתלמד).  
א. מצא את היחס בין הזמן שצבע מתלמד יסיים לבדו את צביעת הדלתות  
לבין הזמן שצבע ותיק יסיים לבדו את צביעת הדלתות.  
ב. מצא כמה צבעים מתלמידים צריכים לעבור עם צבע אחד ותיק,  
כדי שהם יסיימו את צביעת הדלתות במשך אותו הזמן שבו יסיימו  
את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמד.

$$a_1 = 4$$

סדרה מוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי הכלל:

$$a_n + a_{n+1} = 4n + 2$$

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

- א. אם בסדרה יש 100 איברים, מצא את הסכום של שני האיברים  
העומדים במקומות האמצעיים בסדרה.  
ב. הוכח כי איברי הסדרה העומדים במקומות אי-זוגיים מהווים  
סדרה חשבונית, וגם איברי הסדרה העומדים במקומות זוגיים  
מהווים סדרה חשבונית.

אם בסדרה יש 101 איברים, מצא:

- ג. את האיבר העומד באמצע הסדרה.  
ד. את הסכום של כל איברי הסדרה.

3.

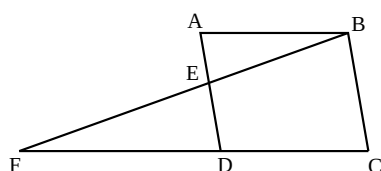


- ביישוב גדול  $\frac{1}{3}$  מהתושבים הם נשים, והשאר הם גברים.  
 מבין התושבים בוחרים באקראי שתי קבוצות:  
 קבוצה של 4 אנשים (נשים/גברים) לריאיון ברדיו  
 וקבוצה של 4 אנשים (נשים/גברים) לריאיון בטלוויזיה.  
 א. מהי ההסתברות שבכל קבוצה יש בדיוק 2 גברים?  
 ב. ידוע כי בקבוצה שנבחרה לריאיון ברדיו היו לכל היותר 2 גברים.  
 מהי ההסתברות שהיו בקבוצה זו בדיוק 2 גברים?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

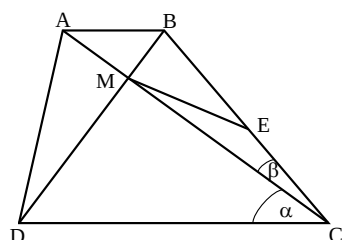
ענה על אחת משאלות 4-5.

4.



במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD. המשך BE חותך את המשך CD בנקודה F (ראה ציור).  
 נתון: שטח המשולש ABE הוא 27 סמ"ר.

- שטח המשולש DFE הוא 48 סמ"ר.  
 א. מצא את שטח המשולש BED.  
 ב. נתון גם כי המרובע BCDE הוא בר חסימה במעגל.  
 מצא את היחס  $\frac{AB}{EF}$ .



אלכסוני הטרפז ABCD מאונכים זה לזה ונפגשים בנקודה M.  
 E היא אמצע השוק BC (ראה ציור).  
 נתון:  $DC = a$ ,  $\angle ACB = \beta$ ,  $\angle ACD = \alpha$ .  
 א. הבע באמצעות  $a$  ו- $\alpha$ ,  $\beta$  את האורך של ME.

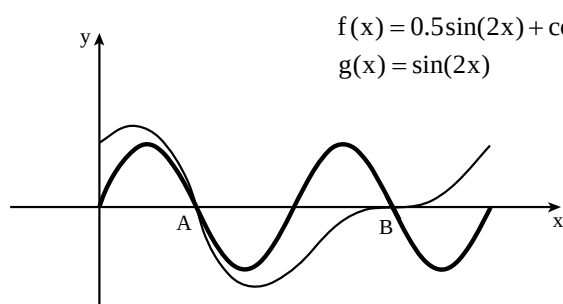
- נתון:  $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$ ,  $a = 6.6$  ס"מ.  
 ב. מצא את האורך של AB.

- נתון גם:  $BM = 1.3$  ס"מ.  
 ג. מצא את הזווית DCB.



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



נתונות שתי פונקציות :  $f(x) = 0.5\sin(2x) + \cos x$

$$g(x) = \sin(2x)$$

בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$

בתחום הנתון הגרפים של הפונקציות נפגשים בשתי נקודות, A ו-B, הנמצאות על ציר ה-x, כמתואר בציר.

א. דרך נקודה על ציר ה-x,

הנמצאת בין הנקודות A ו-B, מעבירים אנך לציר ה-x.

האנך חותך את הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  בנקודות M ו-N. מצא את האורך המקסימלי של הקטע MN.

ב. דרך נקודה על ציר ה-x, הנמצאת בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , מעבירים אנך לציר ה-x.

האנך חותך את הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  בנקודות K ו-L. מצא את האורך המקסימלי של הקטע KL.

6.



נתונות הפונקציות  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1+x^2}}$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 2}}$$

7.



א. מצא עבור כל אחת מהפונקציות:

(1) את תחום ההגדרה.

(2) את האסימפטוטות המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) את השיעורים של נקודות הקיצון (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ , אם ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה אחת בלבד.

ג. נתונה הפונקציה  $h(x) = g(x) - k$ ,  $k > 0$ .

עבור אילו ערכים של k אין לפונקציה  $h(x)$  נקודות חיתוך עם הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



נתון כי הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$

$$\int_0^3 \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} dx = 3 \quad \text{מקיימות}$$

נתון גם:  $f'(x) = kx + 2$ ,  $f(0) = 1$ .  $k$  הוא פרמטר.

א. מצא את הערך המספרי של  $f(3)$ , ומצא את הפונקציה  $f(x)$  (בלי פרמטרים).

ב. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ .

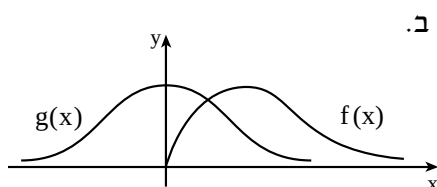
(1) הראה כי  $g(x) = |x+1|$ .

(2) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

## תשובות למבחן בגרות מספר 19 – חורף תשע"ה, 2015:

1. א. יחס הזמנים הוא 2. ב. 3 צבעים מתלמדים.
2. א.  $a_{50} + a_{51} = 202$ . ב.  $a_{n+2} - a_n = 4$ . ג.  $a_{51} = 104$ . ד.  $S_{101} = 10,304$ .
3. א.  $\frac{64}{729}$ . ב.  $\frac{8}{11}$ . 4. א. 36 סמ"ר. ב.  $\frac{AB}{EF} = \frac{3}{4}$ .
5. א.  $ME = \frac{a \cos \alpha}{2 \cos \beta}$ . ב. 2.2 ס"מ. ג.  $AB = 49.94^\circ$ . 6. א.  $\frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1.299$ . ב. 1.



7. א. (1)  $f(x)$ ,  $x \geq 0$ : כל  $x$ . ב.

(2)  $f(x)$ ,  $y = 0$ :  $g(x)$ ,  $y = 0$ .

(3)  $f(x)$ : מינימום,  $(0; 0)$ ,

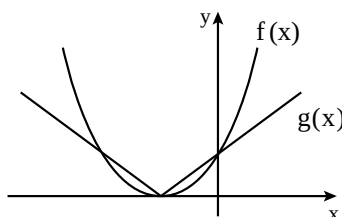
מקסימום,  $(1; \frac{1}{\sqrt{2}})$ .

$g(x)$ : מקסימום,  $(0; \frac{1}{\sqrt{2}})$ .

ג.  $k > \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

8. א.  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ,  $f(3) = 16$ .

ב. (1)  $g(x) = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$ .  
(2)





## מבחן בגרות מספר 20

### קיץ תשע"ה, 2015, מועד א

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

מכונית I ומכונית II יצאו באותו זמן מאותו מקום ולאותו כיוון. המהירות של מכונית I הייתה 50 קמ"ש, והמהירות של מכונית II הייתה 40 קמ"ש. כעבור חצי שעה מרגע היציאה של שתי המכונות, יצאה גם מכונית III מאותו מקום ולאותו כיוון. ברגע שמכונית III פגשה במכונית II, המרחק בין מכונית I למכונית II היה 15 ק"מ. המהירויות של כל המכונות היו קבועות. א. מצא את המהירות של מכונית III. ב. האם ייתכן שאחרי הפגישה בין מכונית III למכונית II, יהיה המרחק בין מכונית III למכונית I שווה למרחק בין מכונית II למכונית I? נמק.

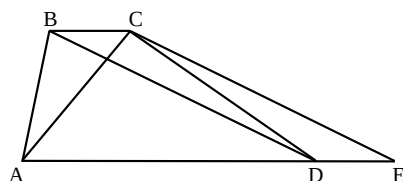
2. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת שכל איבריה חיוביים:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ . כל איבר בסדרה זו (חוץ מהראשון) הוא  $\frac{2}{5}$  מסכום שני האיברים הסמוכים לו, אחד לפניו ואחד אחריו. א. מצא את המנה של הסדרה  $a_n$ . ב. נתונה הסדרה  $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$ . (1) הוכח כי הסדרה  $b_n$  היא סדרה הנדסית. (2) סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$  הוא 20,460. מצא את סכום כל האיברים בסדרה  $a_n$ .





נתון טרפז ABCD ( $BC \parallel AD$ ).

הנקודה E נמצאת על המשך AD

כך ש-  $CE \parallel BD$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle CAD = 2\angle DBC$ ,

$DB = 1.8AC$ .

א. מצא את גודל הזווית CEA.

ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא 87.873 סמ"ר.

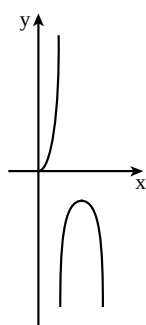
מצא את גובה הטרפז.

5.



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos 2x}$  ונתון התחום  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$  (ראה ציור).

ענה על הסעיפים א, ב ו-ג עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות האנכיות

של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון

של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן על פי הציור.

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת  $g(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$ .

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ ,

על ידי ציר ה-  $x$  ועל ידי הישר  $x = \frac{\pi}{6}$ .

6.



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^3}$ .

7.



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.  
 (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 (4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ב. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי נקודות פיתול בלבד.  
 על סמך הגרף של הפונקציה  $f(x)$ , ציין באיזה תחום נמצאת כל אחת מנקודות אלה.  
 ג. האם השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים, גדול מ-4, קטן מ-4 או שווה ל-4? נמק.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a^2x + a^2$ ,  $a$  הוא פרמטר גדול מ-0.

8.



- א. הראה כי המקסימום של הפונקציה מתקבל בנקודה שבה  $y > 0$ .  
 ב. מצא עבור איזה ערך/איזה תחום ערכים של  $a$  נקודת המינימום של הפונקציה:  
 (1) נמצאת על ציר ה- $x$ .  
 (2) נמצאת מעל ציר ה- $x$ .  
 (3) נמצאת מתחת לציר ה- $x$ .  
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל אחד משלושת המקרים שבסעיף ב.  
 ד. כמה פתרונות יש למשוואה  $\frac{1}{3}x^3 - x + 1 = 0$ ? נמק.

**תשובות למבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א:**

1. א. 60 קמ"ש. ב. לא ייתכן.

2. א.  $\frac{1}{2}$ . ב. (1) הוכחה. מנת הסדרה  $b_n$  היא 2. (2)  $\frac{1}{20}$ .

3. א. 4 ספרות אי-זוגיות. ב.  $\frac{1}{3}$ . ג.  $\frac{7}{15}$ .

5. א.  $25.84^\circ$ . ב. 7.845 ס"מ.

6. א. (1)  $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$  או  $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$ . ב.

(2)  $x = \frac{3\pi}{4}$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$ .

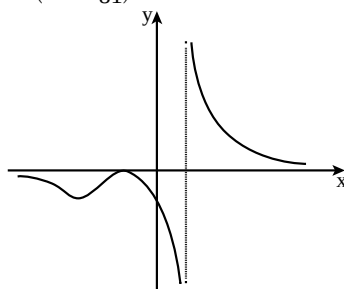
(3) (0;0) מינימום,  $(\frac{\pi}{2}; -1)$  מקסימום.

ג. 1.

7. א. (1)  $x \neq 1$ . (2)  $x = 1$ ,  $y = 0$ . (3)  $(-2; 0)$ ,  $(0; -4)$ .

(4)  $(-2; 0)$  מקסימום,  $(-8; -\frac{4}{81})$  מינימום.

(5)



ב. נקודת פיתול אחת נמצאת בתחום  $x < -8$ ,

ונקודת פיתול שנייה בתחום  $-8 < x < -2$ .

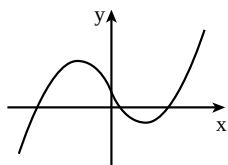
ג. השטח קטן מ-4.

8. א. שיעור ה- $y$  בנקודת המקסימום הוא  $\frac{2}{3}a^3 + a^2$ .

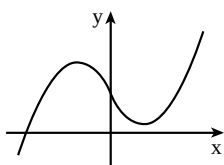
מאחר ו- $a > 0$  שיעור ה- $y$  הוא חיובי.

ב. (1)  $a = 1.5$ . (2)  $0 < a < 1.5$ . (3)  $a > 1.5$ .

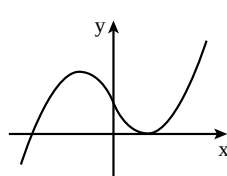
עבור  $a > 1.5$ :



עבור  $0 < a < 1.5$ :



ג. עבור  $a = 1.5$ :



ד. פתרון אחד.



## מבחן בגרות מספר 21

### קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

בזמן הנסיעה באוטובוס הבחין יוסי ברגע מסוים באימא שלו, ההולכת ליד האוטובוס בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה של האוטובוס. כעבור 10 שניות מהרגע שיוסי הבחין באימו, עצר האוטובוס בתחנה, ויוסי רץ מיד כדי להשיג את אימו. מהירות הריצה של יוסי גדולה פי 2 ממהירות ההליכה של אימו, והיא  $\frac{1}{7}$  ממהירות הנסיעה של האוטובוס. כל המהירויות הן קבועות. א. כמה זמן רץ יוסי כדי להשיג את אימו?

ברגע שיוסי השיג את אימו, הם הלכו יחד 3 דקות במהירות ההליכה של אימו (בכיוון ההליכה שלה). מיד בתום 3 הדקות רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס שירד בה. (מהירות הריצה של יוסי היא כמו בסעיף א.) ב. כמה זמן רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס?

2. נתונה סדרה  $b_n$  המקיימת את הכלל  $b_{n+1} = \frac{1}{2^n \cdot b_n}$ .

א. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה מהווים סדרה הנדסית, וגם האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה הנדסית.

ב. סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$  שווה ל- $3\frac{7}{16}$ . מצא את  $b_1$  (מצא את שתי האפשרויות).



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון



3. ▶



חוקר עורך מחקר על הרגלי האכילה של סטודנטים באוניברסיטה גדולה במשך יום לימודים.

חלק מהסטודנטים מביאים תמיד אוכל מהבית, והשאר אינם מביאים אוכל מהבית. כל הסטודנטים שמביאים אוכלים מהבית אוכלים אותו במשך היום ואינם אוכלים בקפטריה.

הסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אוכלים בקפטריה או אינם אוכלים במשך היום.

א. נמצא כי אם בוחרים באקראי 4 סטודנטים, ההסתברות שבדיוק 2 מהם מביאים אוכל מהבית גדולה פי 6 מההסתברות שבדיוק 1 מהם מביא אוכל מהבית.

(1) מהו אחוז הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית?

(2) החוקר בחר באקראי 8 סטודנטים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם מביא אוכל מהבית, אבל לא כולם?

ב. נמצא כי 60% מהסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אינם אוכלים במשך היום.

(1) מהו אחוז הסטודנטים באוניברסיטה שאוכלים בקפטריה?

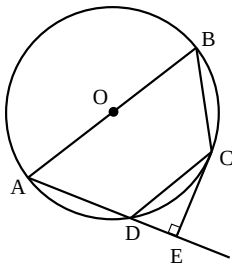
(2) מהי ההסתברות לבחור סטודנט שמביא אוכל מהבית

מבין הסטודנטים שאוכלים במשך היום?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבת השאלות 4-5.

4. ▶



מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.

הצלע AB היא קוטר.

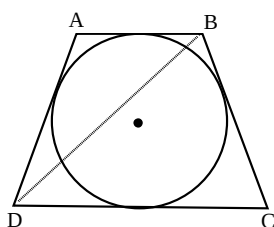
E היא נקודה על המשך AD כך ש-  $CE \perp AE$ .

א. הוכח:  $\triangle CDE \sim \triangle ABC$ .

נתון גם:  $OD \perp AC$ ,  $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$ .

ב. הוכח כי  $OC \parallel AD$ .

ג. הוכח כי CE משיק למעגל.



מעגל שרדיוסו  $r$  חסום בטרפז שווה-שוקיים

$ABCD$  ,  $(AB \parallel DC)$  , כמתואר בציור.

נתון :  $\angle BCD = 70^\circ$  .

א. הבע באמצעות  $r$  :

(1) את הבסיס הגדול של הטרפז.

(2) את שוק הטרפז.

(3) את אלכסון הטרפז.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החסום בטרפז

ובין רדיוס המעגל החוסם את הטרפז.

5. ▶



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$  , ונתון התחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  .

בתחום הנתון ענה על הסעיפים א ו-ב.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  .

(2) האם הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציה זוגית או אי-זוגית? נמק.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  ,

וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - a$  .

(1) מצא את הערכים האפשריים של  $a$  שעבורם יש למשוואה

$f(x) - a = 0$  פתרון אחד בלבד.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  עבור כל אחד מהערכים

של  $a$  שמצאת בתת סעיף ב (1).

6. ▶



7.



נתונה פונקציית הנגזרת  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$

הישר  $y = \frac{1}{3}x + 3$  חותך את הגרף של הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = 0$ .

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ושל הפונקציה  $f(x)$ ?

(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$ .

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

(אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

(6) הוסף לסקיצה שסרטטת בתת-סעיף ב (5) סקיצה של גרף

הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתונות שתי משוואות, I ו-II :  $\frac{x}{\sqrt{x^2+9}} = k$  , I.  $\sqrt{x^2+9} = k$  , II.

נתון כי  $k > 0$ .

מצא את תחום הערכים של  $k$  שעבורם אין פתרון למשוואה I

וגם אין פתרון למשוואה II.

8.



נתונה הפונקציה  $f(x)$ , ונתון כי כל אחת מהפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו- $f''(x)$

מוגדרת בתחום  $x > 0$ .

נתון גם: הגרף של  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = 1$ ,

$f'(x)$  עולה בתחום  $0 < x < 3$ , ויורדת בתחום  $x > 3$ ,

האסימפטוטות של  $f'(x)$  הן  $x = 0$  ו- $y = 0$ .

א. סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

נתון גם כי לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אחת שמשוואתה  $x = 0$ .

ב. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ג. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$  וכלפי מטה  $\cap$

של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ד. הפונקציה  $f(x)$  מקבלת את כל הערכים בטווח  $y \geq 4$  ורק אותם.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ציין על ציר ה- $x$  ועל ציר ה- $y$  את הערכים שמצאת.

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = -[f(x)]^3$ .

מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובות למבחן בגרות מספר 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב:**

1. א. 150 שניות. ב. 240 שניות.

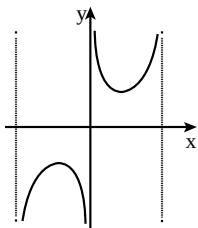
2. א. הוכחה  $(q = \frac{1}{2})$ . ב.  $b = \frac{1}{3}$  או  $b = 1\frac{1}{2}$ .

3. א. (1) 80%. (2) 0.8322. ב. (1) 8%. (2)  $\frac{10}{11}$ .

5. א. (1) 2.856r. (2) 2.128r. (3) 2.92r. ב. 0.6435.

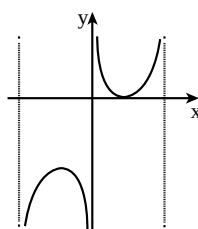
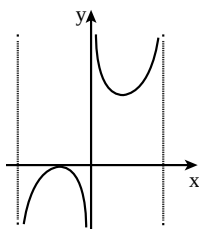
6. א. (1)  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  או  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ . (2) אי-זוגית. (4)

(3)  $(\frac{\pi}{4}; 2)$  מינימום,  $(-\frac{\pi}{4}; -2)$  מקסימום.



$a = -2$

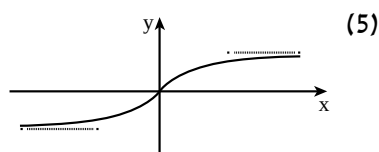
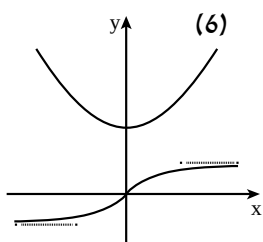
ב. (1)  $a = -2$ ,  $a = 2$  (2)  $a = 2$



7. א.  $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$

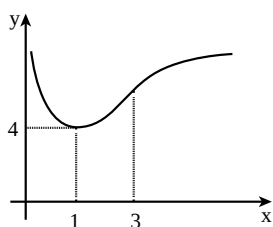
ב. (1)  $f'(x)$  - כל  $x$ ;  $f(x)$  - כל  $x$ . (2)  $y = -1$ ,  $y = 1$ . (3)  $(0; 0)$ .

(4) עלייה: כל  $x$ ; ירידה: אין.

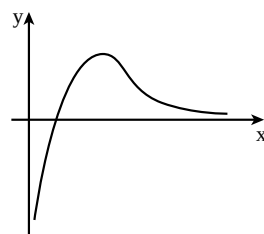


ג.  $1 \leq k < 3$

ד.



8. א.



ב.  $x = 1$  מינימום.

ג.  $\cup$ :  $0 < x < 3$ ;  $\cap$ :  $x > 3$ .

ה. עלייה:  $0 < x < 1$ ; ירידה:  $x > 1$ .



## מבחן בגרות מספר 22

חורף תשע"ו, 2016

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

רוכב אופניים ורוכב אופנוע יצאו באותו רגע זה לקראת זה משני יישובים שונים. הם נפגשו כעבור 3 שעות.

רוכב האופנוע עובר  $\frac{2}{3}$  מהדרך שבין שני היישובים ב-1.25 שעות פחות מהזמן שרוכב האופניים עובר  $\frac{1}{4}$  מהדרך שבין שני היישובים. מהירויות הרוכבים אינן משתנות.

א. מצא פי כמה המהירות של רוכב האופנוע גדולה מן המהירות של רוכב האופניים.

ב. מצא בכמה שעות עובר רוכב האופנוע את כל הדרך שבין שני היישובים.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה הנדסית עולה:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ההפרש בין האיבר הרביעי בסדרה לאיבר השלישי גדול פי 4 מההפרש בין האיבר השני לאיבר הראשון.

האיבר השישי בסדרה גדול ב-31 מהאיבר הראשון.

א. מצא את מנת הסדרה, ואת האיבר הראשון בסדרה.

ב. מהסדרה הנתונה בנו שתי סדרות חדשות, I ו-II:

$$I. a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots, a_n \cdot a_{n+1}, a_{n+1} \cdot a_{n+2}$$

$$II. \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_4}{a_3}, \frac{a_4}{a_3} + \frac{a_5}{a_4}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n} + \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$$

(1) האם כל אחת מהסדרות החדשות היא סדרה הנדסית עולה? נמק.

הסכום של כל האיברים בסדרה I הוא 2730.

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה I.

(3) מצא את הסכום של כל האיברים בסדרה II.

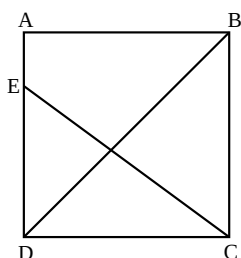
3. 



במכונת מזל אפשר לזכות ב- 50 שקל, ב- 100 שקל או לא לזכות כלל.  
 דן משחק 5 משחקים במכונה זו.  
 ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעמיים שווה להסתברות  
 שהוא יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעם אחת.  
 (ההסתברות לזכות ב- 50 שקל שונה מאפס).  
 ההסתברות שדן לא יזכה באף משחק היא  $\frac{1}{32}$ .  
 א. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל במשחק בודד?  
 ב. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 100 שקל במשחק בודד?  
 ג. ידוע כי לאחר שדן שיחק שני משחקים הוא זכה סך הכול ב- 100 שקל  
 בדיוק.  
 מהי ההסתברות שהוא לא זכה ב- 50 שקל באף אחד משני המשחקים?

### פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

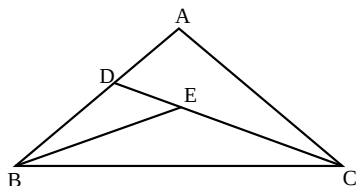


4. 



בריבוע ABCD הנקודה E  
 נמצאת על הצלע AD (ראה ציור).  
 מעגל העובר דרך הנקודות E, D ו- C  
 חותך את האלכסון BD בנקודה M,  
 ואת הצלע BC בנקודה N.  
 הנקודה M נמצאת בין הקדקוד B  
 ובין נקודת החיתוך של BD עם CE.  
 א. הוכח כי  $CD = EN$ .  
 ב. האם הקטע DM קצר מהקטע CE, ארוך ממנו או שווה לו? נמק.  
 ג. הוכח כי  $BM \cdot BD = AE \cdot AD$ .

5.



במשולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ) זווית הבסיס היא  $2\alpha$ . הנקודה  $E$  היא מפגש חוצי-הזווית במשולש  $ABC$ . המשך  $CE$  חותך את הצלע  $AB$  בנקודה  $D$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC > 90^\circ$ ,  $\frac{EC}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2\sin\alpha}$ .

א. מצא את  $\alpha$ .

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ABC$

ובין רדיוס המעגל החסום במשולש  $ABC$ .

ג. נתון כי ההפרש בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ABC$

ובין רדיוס המעגל החסום במשולש  $ABC$  הוא 2 ס"מ.

מצא את אורך הקטע  $AE$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot \sin^2 x + b \cdot \cos(4x)$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .  $a$  ו- $b$  הם פרמטרים.

לפונקציה  $f(x)$  יש קיצון בנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{3}$ . נתון כי  $b < 0$ .

א. הבע באמצעות  $b$  (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום הנתון.

ד. (1) מצא את הערך של האינטגרל  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} f'(x) dx$ .

(2) בתחום  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ , הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$

חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת שבה  $x = k$ .

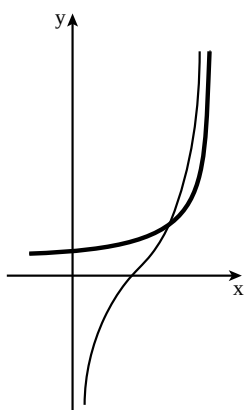
בתחום  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq k$ , השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f''(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \frac{\pi}{2}$ , שווה ל- $S$ .

הבע באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f''(x)$ ,

על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \frac{2\pi}{3}$  בתחום  $k \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ . נמק.

הערה: אין צורך למצוא את  $f''(x)$ .



7. נתונות הפונקציות :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$

$$g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$$

(ראה ציור).

א. (1) מצא את תחום ההגדרה

של הפונקציה  $f(x)$ ,

ואת תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $f(x)$ ,

ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $g(x)$ .

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ ,

על ידי ציר ה-  $x$  ועל ידי הישר  $x=1$ .

ג. נתונות הפונקציות  $t(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}} + 2$ ,  $h(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}} + 2$

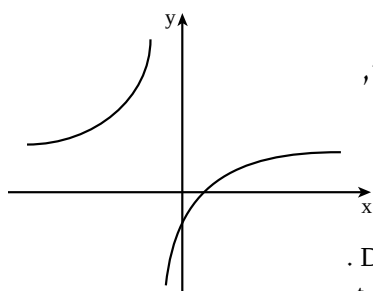
$S_1$  הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$

ועל ידי הישר  $x=2.5$ .

$S_2$  הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $h(x)$  ו-  $t(x)$

ועל ידי הישר  $x=2.5$ .

האם השטח  $S_1$  גדול מהשטח  $S_2$ , קטן ממנו או שווה לו? נמק.



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה,

ואת האסימפטוטות של הפונקציה

המקבילות לצירים.

ב. העבירו ישר המקביל לציר ה-  $x$ .

הישר חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$

בנקודה  $C$  ואת הישר  $y=2x$  בנקודה  $D$ .

נסמן את שיעור ה-  $x$  של הנקודה  $C$  ב-  $t$ .

מצא מה צריך להיות הערך של  $t$ ,

כדי שהאורך של הקטע  $CD$  יהיה מינימלי:

(1) עבור  $t > -1$ .

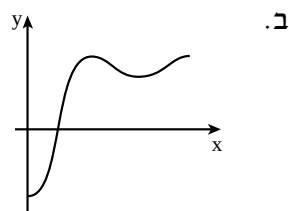
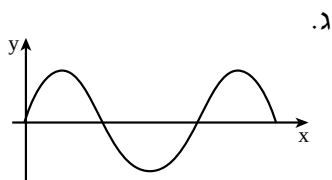
(2) עבור  $t < -1$ .

ג. מצא את האורך המינימלי של הקטע  $CD$  עבור כל  $t \neq -1$ .



# תשובות למבחן בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016:

1. א. פי 4 . ב. 3.75 שעות.
2. א.  $a_1 = 1$  ,  $q = 2$  .
- ב. (1) סדרה I הנדסית עולה (המנה שלה היא 4),  
סדרה II היא סדרה קבועה, אינה סדרה הנדסית עולה.
- (2) 6 איברים. (3) 20.
3. א.  $\frac{1}{3}$  . ב.  $\frac{1}{6}$  . ג.  $\frac{3}{5}$  .
4. ב. DM קצר מ-CE .
5. א.  $\alpha = 20^\circ$  . ב. 2.79 . ג. 1.459 ס"מ.
6. א.  $(0; b)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{3}; -3\frac{1}{2}b)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{2}; -3b)$  מינימום,  
 $(\frac{2}{3}\pi; -3\frac{1}{2}b)$  מקסימום.



- ד. (1) 0 . (2) S .
7. א. (1)  $f(x)$  ,  $x < 3$  ,  $g(x)$  ,  $0 < x < 3$  .
- (2)  $f(x)$  :  $x = 3$  ,  $y = 0$  .
- $g(x)$  :  $x = 3$  ,  $x = 0$  .
- ב. 0.6945 .
- ג.  $S_1 = S_2$  .
8. א. תחום הגדרה :  $x \neq -1$  .
- אסימפטוטה אנכית :  $x = -1$  .
- אסימפטוטה אופקית :  $y = 1$  .
- ב. (1)  $t = 0$  . (2)  $t = -2$  .
- ג.  $\frac{1}{2}$  .



## מבחן בגרות מספר 23

קיץ תשע"ו, 2016

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



שתי מכוניות יצאו באותו זמן מעיר א' לעיר ב'. המרחק בין שתי הערים הוא 300 ק"מ. המכונית הראשונה נסעה במהירות הגדולה ב-25 קמ"ש מהמהירות של המכונית השנייה. כעבור 1.5 שעות מרגע היציאה מעיר א', הקטינה המכונית הראשונה את מהירותה לחצי ממהירותה הקודמת, והגיעה לעיר ב'  $\frac{1}{2}$  שעה אחרי המכונית השנייה. א. מצא את המהירות של המכונית השנייה אם ידוע שמהירותה גדולה מ-60 קמ"ש. ב. מצא כעבור כמה שעות מרגע היציאה מעיר א' ולפני שהמכונית השנייה השיגה את המכונית הראשונה, היה המרחק בין שתי המכוניות 12.5 ק"מ. (מצא את שתי האפשרויות).

2.



נתונה סדרה חשבונית  $a_n$  המקיימת:  $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$ .  
א. מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$ .  
הסדרה  $S_n$  היא סדרת הסכומים החלקיים של הסדרה  $a_n$ :  $S_1, S_2, S_3, \dots$ .  
נתון כי  $S_n = n \cdot a_n$  לכל  $n$  טבעי.  
ב. הראה כי הפרש הסדרה  $a_n$  הוא 0.  
ג. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את  $a_1$ .  
נתונה סדרה  $b_n$  המקיימת את הכלל:  $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$  לכל  $n$  טבעי.  
ד. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את הסכום  $(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$ .

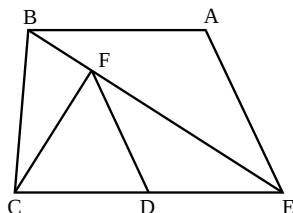
3.



במבחן כניסה למכללה 20% מן הנבחנים היו מקיבוצים.  
 40% היו ממושבים ו-40% היו מערים. 70% מן הנבחנים הצליחו במבחן.  
 $\frac{1}{8}$  מן הנבחנים שהיו ממושבים נכשלו במבחן.  
 ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מעיר וגם  
 הצליח במבחן, גדולה פי 2.5 מן ההסתברות לבחור באקראי מבין  
 כל הנבחנים נבחן שהיה מקיבוץ וגם הצליח במבחן.  
 א. מבין הנבחנים שנכשלו במבחן, מהי ההסתברות לבחור באקראי  
 נבחן שלא היה מעיר?  
 ב. (1) משה הצליח במבחן. מהי ההסתברות שהוא לא היה ממושב?  
 (2) חמישה נבחנים הצליחו במבחן.  
 מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם היה ממושב?

### פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

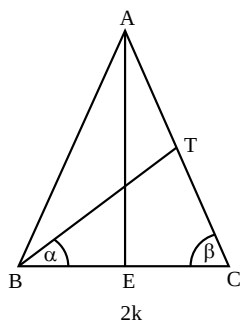
ענה על אחת השאלות 4-5.



4.



נתון טרפז  $ABCE$  ( $AB \parallel EC$ ).  
 הנקודה  $F$  נמצאת על האלכסון  $BE$   
 כך ש-  $CF \perp BE$ .  
 הנקודה  $D$  היא אמצע הבסיס  $CE$   
 (ראה ציור).  
 נתון:  $ED = 3a$ ,  $EA = 4a$ ,  $\angle CEB = \angle AEB$ .  
 א. הוכח כי  $\triangle EAB \sim \triangle EDF$ .  
 ב. נתון כי שטח המשולש  $EAB$  הוא  $S$ .  
 הבע באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $CEF$ .  
 ג. המשך  $DF$  חותך את  $AB$  בנקודה  $G$ .  
 הבע באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $BFG$ .



5.



נתון משולש שווה-שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ).  
 $AE$  הוא גובה לבסיס  $BC$ ,  
 ו-  $BT$  הוא תיכון לשוק  $AC$  (ראה ציור).  
 נתון:  $BC = 2k$ ,  $\angle TBC = \alpha$ ,  $\angle ACB = \beta$ .  
 א. (1) הבע את האורך של  $TC$   
 באמצעות  $k$  ו-  $\beta$  בלבד.  
 (2) היעזר בתת-סעיף א(1), והראה כי  
 $\sin(\alpha + \beta) = 4 \sin \alpha \cdot \cos \beta$ .  
 ב. נתון גם:  $TE = 5$  ס"מ,  $k = 4$  ס"מ.  
 (1) מצא את  $\beta$ . (2) מצא את  $\alpha$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - \sin(2x)$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$ .



ענה על הסעיפים שלפניך עבור התחום הנתון.

א. מצא את השיפוע הגדול ביותר ואת השיפוע הקטן ביותר

של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ג. (1) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה

של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$ .



a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה-x

ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=-1$ , שווה ל-4.

מצא את הערך של a.

ד. נתון כי הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $f(x) = g'(x)$ .

אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

היא נקודה שבה  $x=0$ .

(1) הראה כי הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = 2x^2$ .

(2) מצא את התחום שבו מתקיים  $f(x) > g(x)$ .

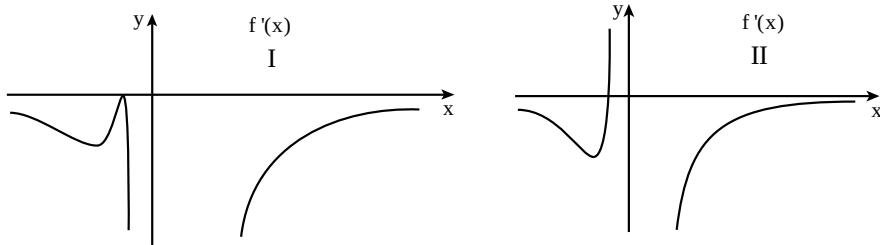


נתונה הפונקציה  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$ ,  $x \neq 0$ ,  $n$  הוא מספר טבעי גדול מ-1.

א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

ב. הראה כי עבור  $n$  אי-זוגי  $f'(x) \leq 0$  לכל  $x \neq 0$ .

לפניך שני גרפים, I ו-II. (בגרפים מוצגות כל נקודות הקיצון).



אחד הגרפים מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עבור  $n$  זוגי, והגרף האחר מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עבור  $n$  אי-זוגי. היעזר בגרפים I ו-II, וענה על הסעיפים ג, ד, ו-ה.

ג. עבור  $n$  אי-זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ד. עבור  $n$  זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונות הפונקציות:  $h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$ ,  $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$ .

מהו הסימן של המכפלה  $g''(x) \cdot h''(x)$  עבור  $x > 0$ ? נמק.

**תשובות למבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשע"ו, 2016:**

1. א. 75 קמ"ש. ב.  $\frac{1}{2}$  שעה, 2.5 שעות.

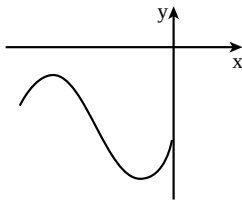
2. א. 1,064. ג.  $a_1 = 56$ . ד. 11,704.

3. א.  $\frac{1}{2}$ . ב.  $\frac{1}{2}(1)$ . ג.  $\frac{31}{32}(2)$ .

4. א.  $\frac{9}{8}S$ . ג.  $\frac{1}{16}S$ .

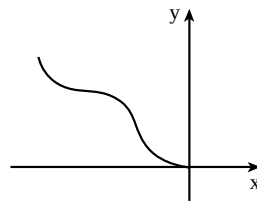
5. א.  $TC = \frac{k}{2\cos\beta}$ . ב.  $\beta = 66.42^\circ$  (1).  $\alpha = 37.37^\circ$  (2).

6. א. השיפוע הגדול ביותר הוא -0.886 ; ב. השיפוע הקטן ביותר הוא -2.255.



ג. (1)  $\cup : -\frac{5\pi}{12} < x < -\frac{\pi}{2}$ ,  $-\frac{\pi}{12} < x < 0$  ;  $\cap : -\frac{5\pi}{12} < x < -\frac{\pi}{12}$ .

(2)



7. א. כל  $x$ . ב. אי-זוגית. ג.  $a = 4$ . ד.  $0 < x < 2$  (2).

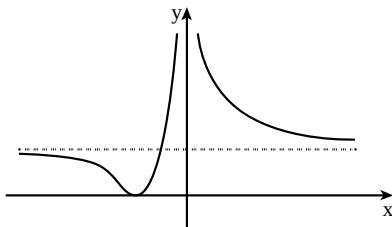
8. א.  $x = 0$ . ב.  $y = 1$ .

ג. (1) אין. (2) שתי נקודות פיתול.

ד. (1) נקודת קיצון אחת. (3)

(2) נקודת פיתול אחת.

ה. חיובי.





## מבחן בגרות מספר 24

קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

שני הטכנאים גל ודני עבדו בהרכבת מחשבים.

קצב העבודה של כל אחד מהם קבוע.

א. ביום העבודה הראשון הרכיבו שני הטכנאים אותו מספר של מחשבים.

גל התחיל לעבוד בשעה 8:00, וסיים לעבוד בשעה 15:00.

דני התחיל לעבוד לאחר השעה 8:00 ולפני השעה 9:00, וסיים לעבוד

בשעה 13:00.

ידוע שגל ודני הרכיבו אותו מספר של מחשבים מהרגע שכל אחד

מהם התחיל לעבוד ועד השעה 9:00.

כמה זמן אחרי השעה 8:00 התחיל דני לעבוד?

ב. ביום העבודה השני, התחילו גל ודני לעבוד באותה שעה וסיימו

לעבוד באותה שעה. ביום זה הם הרכיבו סך הכול יחד את אותו מספר

מחשבים שהרכיבו יחד ביום העבודה הראשון.

כמה זמן עבדו הטכנאים ביום העבודה השני?

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה חשבונית שיש בה  $n$  איברים. הפרש הסדרה הנתונה הוא 3.

א. בין כל שני איברים עוקבים הכניסו איבר אחד נוסף, ונוצרה סדרה

חשבונית חדשה.

(1) הראה כי היחס בין סכום האיברים בסדרה החדשה לסכום

האיברים בסדרה הנתונה הוא  $\frac{2n-1}{n}$ .

(2) נתון כי היחס שמופיע בתת-סעיף (1) שווה ל-1.9.

הסכום של כל האיברים שהכניסו לסדרה הנתונה הוא 130.5.

מצא את האיבר הראשון בסדרה הנתונה.

ב. יוצרים סדרה חשבונית נוספת על ידי הכנסת  $k$  איברים בין כל

שני איברים עוקבים של הסדרה הנתונה.

הבע באמצעות  $k$  את הפרש הסדרה המתקבלת.

3. ▶



שחמט הוא משחק בין שני שחקנים שיכול להסתיים בניצחון של אחד מהם או בתיקו.

יעל ואנה משחקות זו מול זו בטורניר שחמט בשני סבבים. ההסתברות של כל אחת מן השחקניות לנצח במשחק בודד היא קבועה בכל הטורניר.

א. בסבב הראשון יש 4 משחקים.

ההסתברות שיעל תנצח ב-2 משחקים או ב-3 משחקים גדולה פי 10

מן ההסתברות שיעל תנצח ב-4 משחקים.

חשב את ההסתברות שיעל תנצח במשחק בודד.

בסבב השני יש 2 משחקים.

ההסתברות שתוצאת הסבב השני תהיה שוויון – היא 0.34.

ב. מהי ההסתברות שאנה תנצח במשחק בודד?

ג. חשב את ההסתברות שאנה תנצח במשחק השני, אם ידוע שתוצאת

סבב זה היא שוויון.

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ▶



נתון משולש PDC.

הנקודות B ו-L מונחות על הצלע PC.

הנקודות A ו-K מונחות על הצלע PD,

כמתואר בציור.

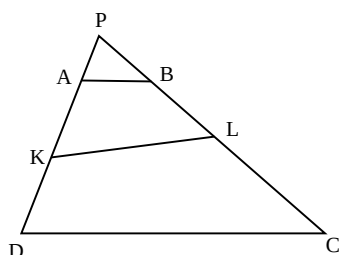
נתון כי המרובע ABLK

הוא בר חסימה במעגל

וגם המרובע KLCD

הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכח  $AB \parallel DC$ .



נתון: 3 ס"מ  $PA =$ , 4 ס"מ  $PB =$ , שטח המשולש ABP הוא S סמ"ר,

שטח המרובע ABCD הוא 24S סמ"ר.

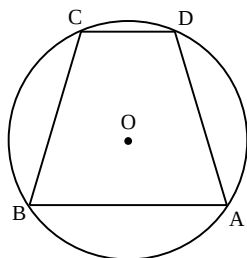
ב. האם אפשר לחסום במעגל את המרובע ABCD? נמק.

ג. מצא את אורך הצלע PD.

ד. נתון גם: 5 ס"מ  $BL =$ .

היעזר בדמיון משולשים והבע באמצעות S את שטח המרובע KLCD.





- במעגל חסום טרפז  $ABCD$  ( $AB \parallel DC$ ).  
 מרכז המעגל  $O$  בתוך הטרפז (ראה ציור).  
 רדיוס המעגל הוא  $R$  וגובה הטרפז הוא  $h$ .  
 נתון:  $\angle BOA = 3\alpha$ ,  $\angle COD = \alpha$ .  
 א. הבע באמצעות  $\alpha$  את  $\angle DAB$ .  
 ב. הבע את האורך של שוק הטרפז באמצעות  $\alpha$  ו- $R$ .  
 ג. הבע את האורך של שוק הטרפז באמצעות  $\alpha$  ו- $h$ .

ד. נתון כי שטח המשולש  $COD$  הוא  $\frac{h^2}{12\cos^2 \frac{\alpha}{2}}$ . מצא את  $\alpha$ .

5. ▶



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

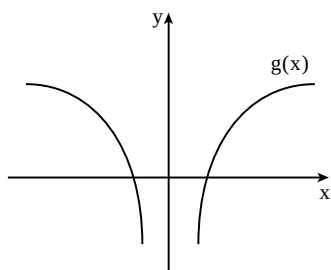
נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 x}$ .

- א. בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ :  
 (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$  (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).  
 (4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.  
 ב. בתחום  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ :  
 (1) הראה שפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. מצא את השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

6. ▶



7.



בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 הפונקציות  $g(x)$ ,  $g'(x)$ ,  $g''(x)$   
 מוגדרת לכל  $x$  השונה מ-0,  
 ואין להן נקודות קיצון או נקודות פיתול.  
 הישר  $x=0$  הוא האסימפטוטה האנכית  
 לכל אחד מן הגרפים של הפונקציות האלה.  
 א. (1) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית  
 הנגזרת  $g'(x)$ . נמק את שיקולך.  
 (2) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית  
 הנגזרת  $g''(x)$ . נמק את שיקולך.

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $g''(x)$ ,  
 על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=2$  שווה ל-5.25.  
 ב. הישר  $x=1$  חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת  $g'(x)$  בנקודה A,  
 והישר  $x=2$  חותך גרף זה בנקודה B.  
 מצא את ההפרש בין שיעור ה- $y$  של הנקודה A ובין שיעור ה- $y$   
 של הנקודה B. נמק.  
 ג. הביטוי  $y = \frac{a}{x^3}$  מתאר אחת מן הפונקציות  $g(x)$ ,  $g'(x)$ ,  $g''(x)$ .  
 a הוא פרמטר גדול מ-0.  
 (1) קבע איזו מן הפונקציות הביטוי מתאר. נמק את קביעתך.  
 (2) מצא את הערך של a.

8.



במשולש ישר-זווית ABC ( $\angle ABC = 90^\circ$ ) אורך היתר הוא k ס"מ  
 (k הוא פרמטר).  
 הניצב AB הוא גם יתר במשולש ADB,  
 שהוא שווה-שוקיים וישר זווית ( $\angle ADB = 90^\circ$ ).  
 א. סמן  $AB = x$  והבע את BC באמצעות x ו-k.  
 ב. נתון כי הערך המקסימלי של המכפלה  $BC \cdot AD^2$  הוא  $3\sqrt{3}$ .  
 מצא את שטח המשולש ADB (ערך מספרי), כאשר המכפלה  $BC \cdot AD^2$   
 היא מקסימלית.

**תשובות למבחן בגרות מספר 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב:**

1. א. 20 דקות. ב. 5.6 שעות.

2. א. (2)  $a_1 = 1$ . ב.  $d = \frac{3}{k+1}$ .

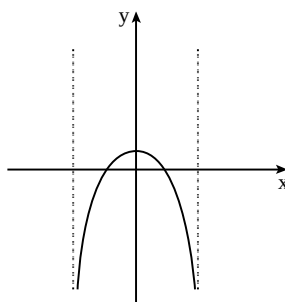
3. א.  $\frac{1}{2}$ . ב. 0.3. ג.  $\frac{15}{34}$ .

4. ב. לא. ג. 15 ס"מ. ד. 16S סמ"ר.

5. א.  $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ . ב.  $2R \cos \alpha$ . ג.  $\frac{h}{\cos \frac{\alpha}{2}}$ . ד.  $30^\circ$ .

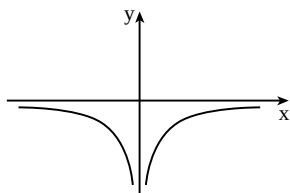
6. א. (1)  $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ . (2)  $x = \frac{\pi}{2}$ . ג.  $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ ,  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$  מקסימום.

ב. (2)

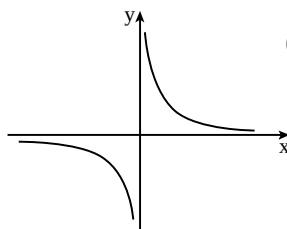


ג.  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = 0.2854$ .

(2)



7. א. (1)



ב. 5.25

ג. (1)  $g'(x)$ . (2)  $a = 6$ .

8. א.  $\sqrt{k^2 - x^2}$ . ב. 1.5 סמ"ר.



## מבחן בגרות מספר 25

חורף תשע"ז, 2017

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

שני צינורות א' ו-ב' מזרימים מים להבִּרְכָה בקצב קבוע.

כאשר צינור א' בלבד פתוח, ההבִּרְכָה הריקה מתמלאת לגמרי ב-  $m$  שעות.

כאשר צינור ב' בלבד פתוח, ההבִּרְכָה הריקה מתמלאת לגמרי ב-  $2m$  שעות.

כאשר שני הצינורות פתוחים במקביל, ההבִּרְכָה הריקה מתמלאת לגמרי

ביותר מ- 4 שעות.

ביום מסוים ההבִּרְכָה הייתה ריקה.

פתחו את צינור א' בלבד למשך שעתיים.

אחר כך פתחו גם את צינור ב', ושני הצינורות היו פתוחים בו בזמן

שעתיים נוספות.

בתום אותן שעתיים נוספות יותר מ-  $\frac{1}{2}$  ההבִּרְכָה הייתה מלאה.

א. מצא את תחום הערכים האפשריים של  $m$ .

ב. ביום אחר  $\frac{1}{2}$  ההבִּרְכָה הייתה מלאה. פתחו את שני הצינורות,

אלא שבשל תקלה טכנית צינור ב' רוקן מים מן ההבִּרְכָה במקום למלא

בה מים. שני הצינורות היו פתוחים בו בזמן במשך שעה אחת,

ובמהלכה צינור א' מילא מים בבִּרְכָה וצינור ב' רוקן ממנה מים.

בתום אותה שעה תוקנה התקלה, ושני הצינורות החלו למלא

את ההבִּרְכָה יחד, עד שהיא התמלאה לגמרי כעבור שעתיים וחצי נוספות.

נתון שהקצב שבו צינור ב' מרוקן מים מההבִּרְכָה שווה לקצב שבו הוא

ממלא אותה במים. מצא את  $m$ .

## 2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה  $a_n$  המקיימת את כלל הנסיגה:  $a_1 = -1, a_{n+1} = \frac{a_n}{4 \cdot a_n + 3}$

נגדיר סדרה חדשה  $b_n$ :  $b_n = \frac{1}{a_n} + 2$

א. הוכח כי  $b_n$  היא סדרה הנדסית.

ב. הבע באמצעות  $n$  את הסכום:  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$

ג. נתון:  $n$  הוא מספר זוגי.

הבע באמצעות  $n$  את הסכום:  $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$

## 3.



אביגיל משתתפת במשחק של זריקת חצים למטרה.

הסיכוי שלה לפגוע במטרה בניסיון בודד הוא  $P$  ( $P > 0$ ),

ואינו תלוי בניסיונותיה הקודמים.

כל משתתף זורק 5 זריקות רצופות.

הסיכוי של אביגיל לפגוע במטרה בארבע זריקות מתוך החמש גדול פי 3

מן הסיכוי שלה לפגוע בה בכל חמש הזריקות.

א. מצא את  $P$ .

משתתף מנצח במשחק אם מתוך 5 זריקות רצופות,

מספר הפגיעות שלו במטרה גדול ממספר ההחטאות שלו

(יכול להיות יותר ממנצח אחד במשחק).

ב. מהי ההסתברות שאביגיל תנצח במשחק?

ג. (1) אם אביגיל תחטיא את המטרה בזריקה השנייה, מהי ההסתברות

שהיא תנצח במשחק?

(2) גם תמר משתתפת במשחק, וגם הסיכוי שלה לפגוע במטרה בניסיון

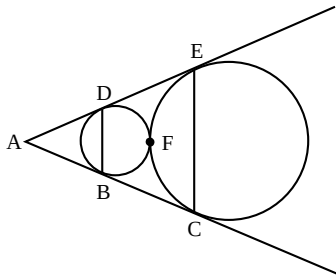
בודד שווה ל- $P$  ואינו תלוי בניסיונותיה הקודמים.

תמר תחטיא בזריקה הראשונה.

מה ההסתברות שהיא תנצח במשחק?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



4. נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס שונה, המשיקים זה לזה מבחוץ בנקודה F.

AC משיק לשני המעגלים

בנקודות B ו-C,

AE משיק לשני המעגלים

בנקודות D ו-E,

כמתואר בציור.

א. הוכח שהמרובע BDEC

הוא טרפז שווה שוקיים.

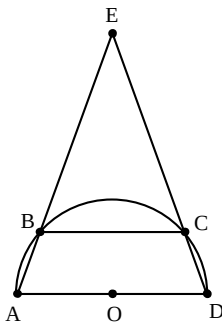
ב. המשיק המשותף למעגלים עובר בנקודה F. חותך את שוקי הטרפז,

BC ו-DE, בנקודות G ו-H בהתאמה.

הוכח: GH הוא קטע אמצעים בטרפז.

ג. נסמן ב-R את רדיוס המעגל הגדול וב-r את רדיוס המעגל הקטן.

הוכח כי  $R \cdot BD = r \cdot CE$ .



5. נתון טרפז ABCD ( $BC \parallel AD$ ) החסום

בחצי מעגל שמרכזו O ורדיוסו R

כך ש-AD הוא קוטר של חצי המעגל.

המשכי השוקיים AB ו-DC נפגשים

מחוץ למעגל בנקודה E (ראה ציור).

נתון:  $\angle EAD = \alpha$ .

א. הבע באמצעות R ו- $\alpha$  את אורך הקטע BC.

ב. מהו התחום של כל הערכים האפשריים

עבור הזווית  $\alpha$ ? נמק.

ג. נתון כי שטח המשולש AED גדול פי 9 משטח משולש COD.

מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AED לבין R?



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}$

6.



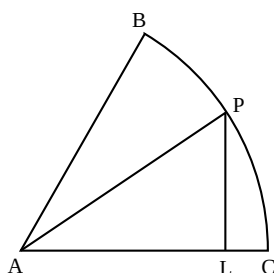
- a ו-b הם פרמטרים.  
נתון:  $x=1$ ,  $y=1$  הן אסימפטוטות של הפונקציה.  
א. מצא את a ואת b.  
ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).  
(3) האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים (מלבד  $x=1$  ו- $y=1$ )? הסבר.  
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).  
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
ד. עבור אילו ערכי x מתקיים:  $|f(x)| = -f(x)$ . נמק.  
ה. נגדיר  $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$ . הראה כי השטח המוגבל על ידי ציר ה-x, על ידי גרף הפונקציה g(x) ועל ידי הישר  $x=0.5$  הוא  $\frac{1}{3}$ .  
נמק את תשובתך.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ , a הוא פרמטר.

7.



- ענה על הסעיפים א-ו עבור  $a > 0$ .  
הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.  
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.  
ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).  
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).  
ה. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של גרף הנגזרת f'(x).  
(2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת f'(x).  
ו. מצא את ערך הביטוי:  $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$ .  
ענה על סעיף ז עבור  $a=0$ .  
ז. (1) מצא את תחום ההגדרה של f(x).  
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).



8. ▶



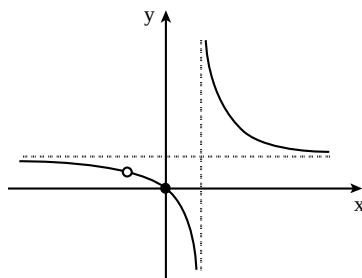
- נתונה גזרת עיגול BAC שהיא  $\frac{1}{6}$  מעיגול שרדיוסו R ומרכזו A. מנקודה כלשהי P, הנמצאת על הקשת BC, הורידו אנך ל-AC החותך את הרדיוס AC בנקודה L (ראה ציור). השטח האפור שבציור הוא השטח הכלוא בין הקשת BC ובין הרדיוסים AB ו-AP, והקטעים LP ו-LC. נתון שהשטח האפור המינימלי הוא  $36 - 24\pi$ . א. מצא את הזווית PAC שעבורה השטח האפור שמתקבל הוא מינימלי. ב. מצא את R. ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש APL? נמק.

## תשובות למבחן בגרות מספר 25 – חורף תשע"ז, 2017:

1. א.  $6 < m < 10$ . ב.  $m = 8.5$ .
2. א. הוכחה:  $(q=3)$ . ב.  $S_n = \frac{3^n - 1}{2} - 2n$ . ג.  $S_n = \frac{1 - 3^n}{4}$ .
3. א.  $P = \frac{5}{8}$ . ב.  $0.7248$ . ג.  $(1) 0.5188$ .  $(2) 0.5188$ .
5. א.  $BC = -2R \cos 2\alpha$ . ב.  $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ . ג.  $1.59$ .
6. א.  $b = -4, a = 1$ . ב.  $(1) x \neq 1, x \neq -4$ .  $(2) (0; 0)$ .
- (3) אין. יש "חור" ב- $(-4; \frac{4}{5})$ .
- (4) ירידה:  $1 < x$  או  $-4 < x < 1$  או  $x < -4$ .

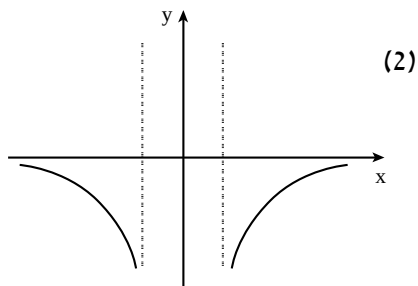
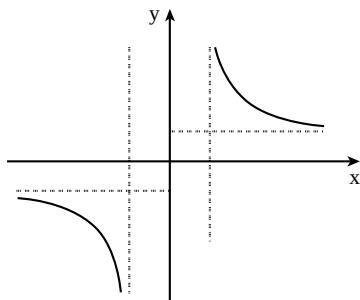
עלייה: אין.

ג.





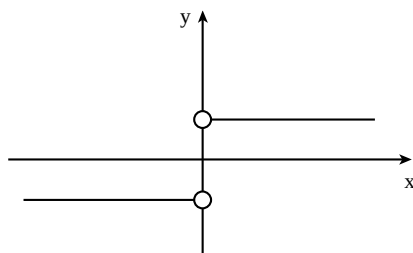
- ד.  $0 \leq x < 1$ .
7. א.  $x < -a$  או  $x > a$ . ב.  $x = -a$ ,  $x = a$ ,  $y = -1$ ,  $y = 1$ .
- ג. ירידה:  $x > a$  או  $x < -a$ ; עלייה: אין.
- ד.



ה. (1)  $y = 0$ ,  $x = -a$ ,  $x = a$ .

ו. ערך הביטוי שווה ל-0.

ז.



8. א. (1)  $\frac{\pi}{4}$ . (2)  $R = 12$ . ב. 36.



## מבחן בגרות מספר 26

קיץ תשע"ז, 2017, מועד א

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. נגה רכבה על אופניים במסלול באורך מסוים, בארבע מהירויות קבועות שונות. בכל פעם, לאחר שעברה מקטע שאורכו רבע מן המסלול, היא הגבירה את מהירותה, ורכבה במהירות הגדולה פי 2 מן המהירות הקודמת. במקטע האחרון היא רכבה במהירות של 40 קמ"ש. נגה יצאה לדרך בשעה 8:00 בבוקר וסיימה את המסלול בשעה 11:45 בבוקר.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

א. מהו אורך המסלול?  
ב. דניאל יצא לדרך באותו מסלול בשעה 9:45, ונסע במהירות קבועה לאורך כל המסלול. גם הוא הגיע לסוף המסלול בשעה 11:45. באיזה מארבעת מקטעי המסלול פגש דניאל את נגה בפעם הראשונה, ובאיזו שעה?

$$a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n} \text{ נתונה סדרה}$$

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

$b_n$  ו- $c_n$  הן סדרות הנדסיות שכל איבריהן חיוביים, המקיימות לכל  $n$  טבעי:  $a_n = b_n - c_n$ . נתון:  $c_3 = \frac{1}{8}$ ,  $b_6 = 64$ .  
א. (1) מצא את  $b_1$  ואת המנה של הסדרה  $b_n$ .  
(2) מצא את  $c_1$  ואת המנה של הסדרה  $c_n$ .

את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$  נסמן ב- $A_n$ ,  
את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$  נסמן ב- $B_n$ ,  
ואת סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $c_n$  נסמן ב- $C_n$ .

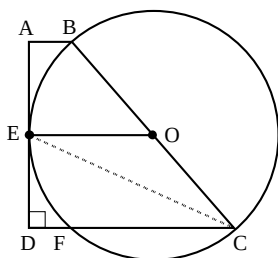
ב. הראה ש- $C_n = B_n - A_n$ .

ג. עבור אילו ערכי  $n$  מתקיים האי-שוויון:  $0.9 < B_n - A_n < 1$ ?

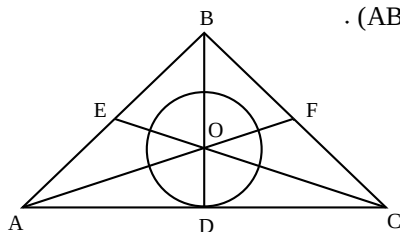


## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

④.4



ג. הוכח:  $BC = DF + DC$ .



א. הוכח:  $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$ .

ג. הבע את אורך הקטע OE באמצעות רדיוס המעגל.

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$

6. ▶



- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = f(x+5)$ .

- ב. (1) הוכח ש-  $g(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ג. הסבר מדוע לכל  $1 < a < b$  מתקיים השוויון:  $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$ .

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$

7. ▶

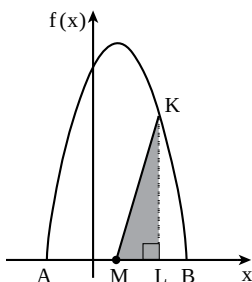


- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (3) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ .

ג. נתון:  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ .

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , הישר  $x=a$  וציר ה- $x$  שווה ל-1. מצא את  $a$ .



8. ▶



בציור שלפניך מתואר גרף

הפונקציה  $f(x) = -x^2 + 2x + c$

בתחום האי-שליליות שלה.

A ו-B הן נקודות החיתוך

של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

נתון:  $x_B = 2t$ ,  $x_A = -t$  ( $t > 0$ ).

א. מצא את  $t$  ואת  $c$ .

M היא נקודת החיתוך של ציר הסימטריה של הפרבולה עם ציר ה- $x$ .

K היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה  $f(x)$  מעל ציר ה- $x$ .

מהנקודה K הורידו אנך לציר ה- $x$ , החותך את הקטע AB בנקודה L.

ב. מצא עבור אילו שיעורי  $x$  של הנקודה K שטח המשולש KLM

הוא מקסימלי.

מצא את שני הפתרונות האפשריים.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

**רוצים את כל הפתרונות לכל שאלות בחינות הבגרות?**

הכי פשוט להיכנס

MY.GEVA.CO.IL-7

ולצפות בפתרונות וידאו

מלאים לכל השאלות!



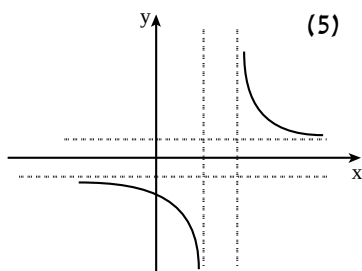
**תשובות למבחן בגרות מספר 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א:**

1. א. 40 ק"מ. ב. במקטע השני בשעה 10:30.

2. א. (1)  $b_1 = 2$ ,  $q_b = 2$ . (2)  $c_1 = \frac{1}{2}$ ,  $q_c = \frac{1}{2}$ . ג.  $n \geq 4$ .

3. א.  $p = \frac{1}{5}$ . ב.  $\frac{16}{103} = 0.15534$ . ג.  $\frac{64}{15625} = 0.004096$ .

5. ב.  $\angle ACE = 17.66^\circ$ . ג.  $OE = \frac{R\sqrt{1+\pi^2}}{2} = 1.648R$ .



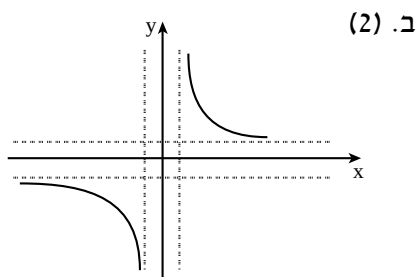
6. א. (1)  $x < 4$  או  $x > 6$ .

(2)  $(0; -1.02)$ .

(3)  $y = -1$ ,  $y = 1$ ,  $x = 6$ ,  $x = 4$ .

(4) ירידה:  $x < 4$  או  $x > 6$ .

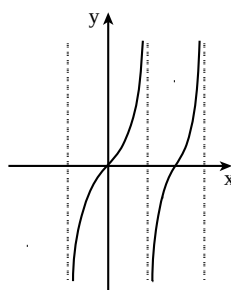
עלייה: אף  $x$ .



7. א. (1)  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$ . (2)  $(\pi k; 0)$ . (3)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ .

(4)  $f(x)$  עולה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

ב.



ג.  $a = \frac{\pi}{4}$ .

8. א.  $c = 8$ ,  $t = 2$ . ב.  $x = 1 - \sqrt{3}$  או  $x = 1 + \sqrt{3}$ .

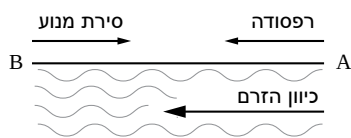


## מבחן בגרות מספר 27

קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.



העיירות A ו-B נמצאות על גדת נהר הזורם במהירות קבועה.

כיוון הזרם הוא מ-A ל-B.

מן העיירה B יצאה סירת מנוע

לכיוון העיירה A.

הסירה שטה נגד כיוון הזרם.

באותו הזמן יצאה רפסודה מן העיירה A לכיוון העיירה B.

הרפסודה שטה עם כיוון הזרם.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

מהירות סירת המנוע במים עומדים היא קבועה וגדולה פי 4 ממהירות

הזרם של הנהר. מהירות הרפסודה במים עומדים היא אפס.

במים זורמים הרפסודה שטה עם הזרם.

הסירה והרפסודה נפגשו 3 שעות ו-45 דקות אחרי יציאתן לדרך

והמשיכו בדרכן. סירת המנוע הגיעה לעיירה A ומיד הסתובבה ושטה

בחזרה לעיירה B. כאשר סירת המנוע הגיעה לעיירה B, הרפסודה הייתה

במרחק של 35 ק"מ מן העיירה B.

א. חשב את מהירות הזרם ואת מהירות סירת המנוע במים עומדים.

ב. בדרך חזרה לעיירה B פגשה סירת המנוע את הרפסודה בפעם השנייה.

כמה זמן עבר מרגע יציאתה של הרפסודה מן העיירה A עד שהסירה

והרפסודה נפגשו בפעם השנייה?

## 2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה כללית  $a_n$ .

נסמן ב- $S_n$  את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$ .

נתון:  $S_n = k - \frac{1}{3^{n+1}}$  לכל  $n$  טבעי.  $k$  הוא מספר קבוע.

א. הבע את  $a_1$  ואת האיבר הכללי  $a_n$  עבור  $1 < n$  באמצעות  $n$  ו- $k$  במידת הצורך.

ב. מצא את  $k$  שעבורו הסדרה  $a_n$  היא סדרה הנדסית. נמק.

$$T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$$

נגדיר:  $T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$  (סכום ריבועי כל איבר שלישי בסדרה  $a_n$  החל ב- $a_2$ ).

ג. חשב את  $T$ .

## 3.



בקופסה I יש 10 כדורים, כמה מהם כחולים והשאר אדומים,

בקופסה II יש 7 כדורים כחולים ו-3 כדורים אדומים.

מוציאים באקראי כדור מקופסה I.

אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II.

אם יצא כדור כחול, מחזירים אותו לקופסה I.

שוב מוציאים באקראי כדור מקופסה I, ושוב,

אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II,

ואם יצא כדור כחול, מחזירים אותו לקופסה I.

לאחר מכן מוציאים באקראי כדור אחד מקופסה II.

א. נתון כי ההסתברות שאחרי שתי ההוצאות מקופסה I

יועבר כדור אדום אחד בלבד מקופסה I לקופסה II היא  $\frac{19}{36}$ .

חשב את מספר הכדורים הכחולים שהיו בקופסה I לפני ההוצאה

הראשונה.

ענה על הסעיפים ב-ג עבור מספר הכדורים הכחולים שחישבת בסעיף א.

ב. מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום?

ג. ידוע שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום.

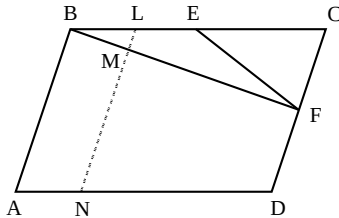
מהי ההסתברות שאחרי שהוציאו את הכדור האדום מקופסה II

נשארו בה שלושה כדורים אדומים בדיוק?



## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



4.



- המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 הזווית A היא זווית חדה.  
 הנקודה E היא אמצע הצלע BC  
 והנקודה F אמצע הצלע CD  
 (ראה ציור).  
 א. השטח המשולש ECF הוא S.  
 הבע את שטח המקבילית ABCD  
 באמצעות S. נמק את תשובתך.  
 ב. הנקודה L היא אמצע הקטע BE.  
 דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל ל-AB וחותך את BF ואת AD  
 בנקודות M ו-N בהתאמה. חשב את היחס  $\frac{LM}{MN}$ .  
 ג. נתון  $BE = EF$ . האם אפשר לחסום את המרובע ABFD במעגל?  
 נמק את קביעתך.

5.



- ABCD הוא טרפז חסום במעגל ( $AB \parallel DC$ ).  
 נתון:  $AB = a$ ,  $CD = b$ ,  $(a < b)$ .  
 $\angle C = 60^\circ$ .  
 א. הבע את שוקי הטרפז, BC ו-AD, באמצעות a ו-b.  
 נתון:  $a = 4$ , אורך האלכסון BD הוא  $4\sqrt{7}$ .  
 ב. חשב את b.  
 ג. (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R.  
 (2) הסבר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז ABCD.  
 (3) r הוא רדיוס המעגל החסום בטרפז. מצא את r.

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6.



נתונה הפונקציה  $f(x) = a - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$ .  $a$  הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות  $a$  במידת הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה),  
וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  משיק לציר ה- $x$ .

ב. מצא את  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. נתונה הפונקציה  $g(x) = |f(x) + k|$ .

ידוע שגרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לאסימפטוטה האופקית של גרף

הפונקציה  $f(x)$ .

מצא את  $k$  (מצא את שתי האפשרויות). נמק את תשובתך.

7.



לפניך הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$ .

א. התאם בין הגרפים I ו-II.

לבין הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$ .

נמק.

נתון:  $f'(x) = x(x+b)^3$ .

$b > 1$  הוא פרמטר.

לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול ב- $x = -1$ .

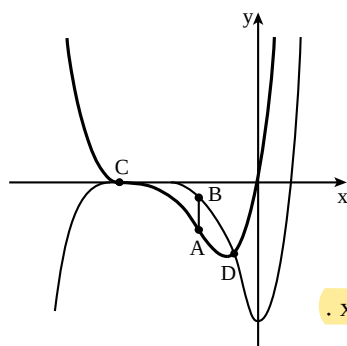
ב. מצא את  $b$ .

C ו-D הן נקודות החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$  בתחום  $x < 0$ ,

כמתואר בציור.

הנקודות A ו-B נמצאות על הגרפים I ו-II בהתאמה,

כך הישר AB מאונך לציר ה- $x$ .



נתון:  $x_D = 1 - \sqrt{5}$ ,  $x_C = -4$ ,  $x_C < x_A < x_D$ .

ג. מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודות A ו-B שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי (אפשר לפתור את הסעיף בלי למצוא את הפונקציה  $f(x)$ ).

8. ▶



$f(x)$  היא פונקציה המוגדרת לכל  $x$ .

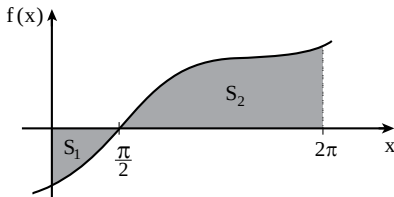
גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בחלקו השלילי.

נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$

היא  $(\frac{\pi}{2}; 0)$  (ראה ציור).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הצירים

ועל ידי הישר  $x = 2\pi$  (השטח האפור בציור) שווה ל- $10\pi^2 + 16$ .



$$\int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2 \quad \text{נתון גם:}$$

א. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים

(שטח  $S_1$  המסומן בציור).

הפונקציה  $F(x)$  היא פונקציה קדומה לפונקציה  $f(x)$ . נתון:  $F(0) = 0$ .

ב. מצא את  $F(\frac{\pi}{2})$ .

נתון:  $f'(x) = 8\sin x + 8$ .

ג. מצא את  $f(x)$ .

**תשובות למבחן בגרות – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב:**

1. א. מהירות הזרם: 5 קמ"ש, מהירות הסירה: 20 קמ"ש. ב.  $6\frac{1}{4}$  שעות.

2. א.  $a_1 = k - \frac{1}{9}$ ,  $a_n = \frac{2}{3^{n+1}}$ . ב.  $k = \frac{1}{3}$ . ג.  $T = \frac{1}{182}$ .

3. א. מספר הכדורים הכחולים הוא 5. ב. 0.3595. ג. 0.5338.

4. א.  $S_{ABCD} = 8S$ . ב.  $\frac{LM}{MN} = \frac{1}{7}$ . ג. לא ניתן לחסום את המרובע ABFD במעגל.

5. א.  $AD = BC = b - a$ . ב.  $b = 12$ . ג. (1)  $R = 6.11$ . (3)  $r = 2\sqrt{3}$ .

6. א. (1)  $x \neq 2$ .

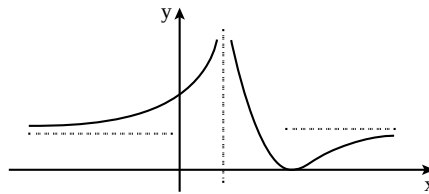
(2)  $y = a$ ,  $x = 2$

(3)  $(3; a-1)$  מינימום.

(4) עלייה:  $x > 3$  או  $x < 2$ ; ירידה:  $2 < x < 3$ .

ב.  $a = 1$ .

ג.



ד.  $k = -1$  או  $k = 1$ .

7. א.  $f'(x): I$ ,  $f(x): II$ . ב.  $b = 4$ . ג.  $x_A = x_B = -2$ .

8. א.  $S_1 = \pi^2 + 8$ . ב.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi^2 - 8$ . ג.  $f(x) = -8\cos x + 8x - 4\pi$ .



## מבחן בגרות מספר 28

חורף תשע"ח, 2018

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

בכפר נופש יש שתי בריכות: בריכה א' ובריכה ב'.  
הנפח של בריכה א' הוא  $V_1$  והנפח של בריכה ב' הוא  $V_2$ .  
את הבריכות ממלאים באמצעות 4 צינורות בעלי אותו הספק.  
ביום כלשהו שתי הבריכות היו ריקות.  
התחילו למלא את בריכה א' באמצעות ארבעת הצינורות.  
כאשר התמלאה בריכה א' לכדי  $\frac{1}{6}$  מנפחה, העבירו אחד מן הצינורות  
לבריכה ב' והתחילו למלא אותה באמצעותו. כאשר התמלאה בריכה א'  
עד מחציתה, העבירו עוד שני צינורות למילוי בריכה ב'.  
מילוי שתי הבריכות הסתיים באותו הזמן.  
כל הצינורות הזרימו מים ללא הפסקה עד שהתמלאו שתי הבריכות.  
חשב את היחס  $\frac{V_1}{V_2}$ .

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

$a_n$  היא סדרה חשבונית שההפרש שלה,  $d$ , שונה מ-0.  
נתון:  $a_7 = -a_{17}$ .  
א. מצא את  $a_{12}$ .  
ב. (1) האם קיים בסדרה איבר שערכו שווה ל- $-a_1$ ? נמק.  
(2) מצא מספר טבעי  $n$  שעבורו סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  
שווה ל-0.  
ג. האם קיים  $n$  טבעי שעבורו:  $a_n \cdot a_{n+1} < 0$ ? אם כן — מצא  $n$  כזה,  
אם לא — נמק.  
ד. האם אפשר לדעת כמה איברים שליליים יש בסדרה? נמק  
(הבחן בין מקרים שונים).

3. ▶

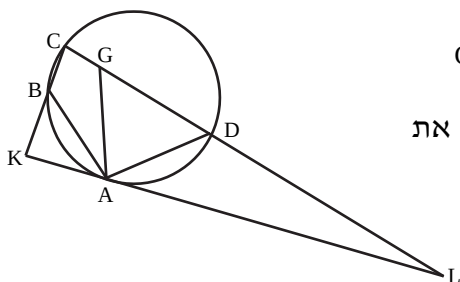


- למיכל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש הפאות האחרות כתוב המספר 4. לגלית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3. מיכל וגלית משחקות משחק בן חמישה סיבובים. המשתתפת שתנצח במספר סיבובים רב יותר מחברתה, תנצח במשחק. בכל סיבוב של המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת. המנצחת בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גבוה יותר.
- נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מיכל לנצח את גלית הוא  $\frac{7}{12}$ .
- א. על כמה פאות בקובייה של גלית כתוב המספר 1? נמק את תשובתך.  
 ב. מהו הסיכוי שגלית תנצח במשחק?  
 ג. מהו הסיכוי של גלית לנצח במשחק, אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

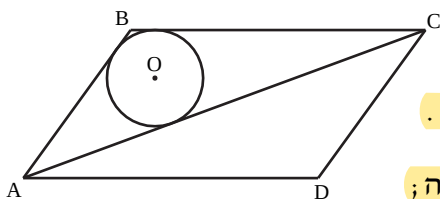
ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. ▶



- המרובע ABCD חסום במעגל. הנקודה G נמצאת על הצלע CD כך ש-  $AB = AG$  וגם  $CB = CG$ . המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה L, וחותך את המשך הצלע CB בנקודה K (ראה ציור).
- א. הוכח כי  $AD = AG$ .  
 ב. (1) הוכח כי  $\triangle ABK \sim \triangle CDA$ .  
 (2) הוכח כי  $AD^2 = BK \cdot CD$ .

ג. הראה כי  $\frac{S_{\triangle LDA}}{S_{\triangle KAB}} = \frac{LA}{AK}$ .



נתונה מקבילית ABCD.

AC הוא האלכסון הארוך, כמתואר בציור.

במשולש ABC חסום מעגל שמרכזו O.

נתון: הנקודה O נמצאת במרחקים

6 ו-3 מן הישרים AD ו-AC בהתאמה;

$OA = 10$ .

א. חשב את גודלי זוויות המקבילית.

ב. חשב את אורך האלכסון AC.

ג. חשב את שטח המקבילית.

5.



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונות הפונקציות  $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$ ,  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ .

ענה על סעיף א עבור התחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ ,

המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ענה גם על סעיף ב עבור תחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) הוכח:  $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים.

ג. מצא את ערך הביטוי  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ . נמק את תשובתך.

6.





נתונה משפחת הפונקציות:  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2 - a}$ .  $a$  הוא פרמטר,  $a \neq 0$ ,  $a \neq 4$ .

ענה על סעיף א. הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך.

הבחן בין  $a > 0$  ובין  $a < 0$  במידת הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים.

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המקבילה

לציר ה- $x$ .

(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המאונכות לציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

ענה על סעיף ב. הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך.

הבחן בין  $a > 4$  ובין  $a < 4$  במידת הצורך.

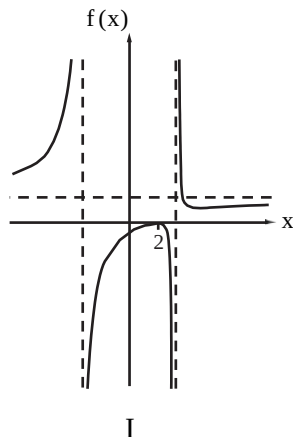
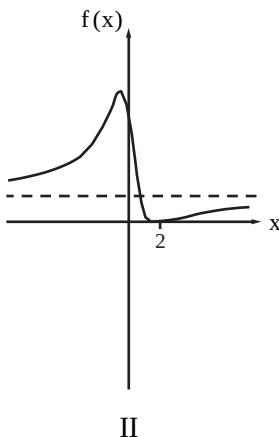
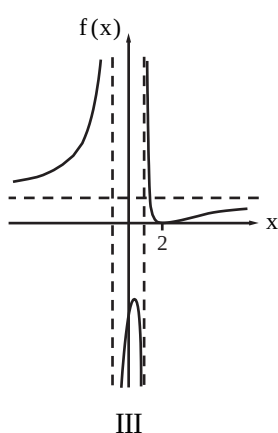
ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ג. לפניך שלושה גרפים אפשריים של הפונקציה  $f(x)$ , כל אחד עבור

ערך אחר של  $a$ .

כתוב מהו תחום הערכים של  $a$  המתאים לכל אחד מן הגרפים I–III.

נמק את תשובתך.





8. ▶



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x^3}$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = t$ .  
נתון:  $1 \leq t \leq 5$ .

- המשיק חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $A$  ואת ציר ה- $y$  בנקודה  $B$ .  
הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.  
א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש  $AOB$  הוא מינימלי.  
ב. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש  $AOB$  הוא מקסימלי.

## תשובות למבחן בגרות מספר 28 – חורף תשע"ח, 2018:

1.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{18}{29}$

2. א.  $a_{12} = 0$ . ב. (1) כן,  $a_{23} = -a_1$ . (2)  $n = 23$ . ג. לא.

ד. אם האיבר הראשון שלילי, הסדרה עולה: 11 איברים שליליים.  
אם האיבר הראשון חיובי, הסדרה יורדת: לא ניתן לדעת.

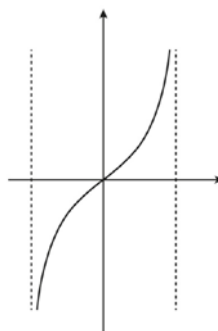
3. א. על פאה אחת. ב.  $0.3466$ . ג.  $0.5533$ .

5. א.  $125.67^\circ$ ,  $54.33^\circ$ . ב.  $AC = 27.08$ . ג.  $S_{ABCD} = 171.73$ .

6. א. (1)  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ . (2)  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ .

(3) עלייה:  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ . ירידה: אין.

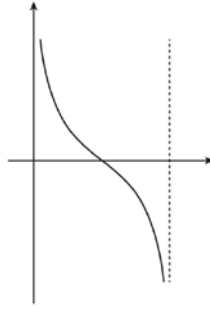
(4)



ב. (1)  $0 < x < \pi$ .

(2) הוכחה. (3)

ג. 0.



7. א. (1) עבור  $a < 0$  : כל  $x$ .

עבור  $a > 0$  :  $x \neq \sqrt{a}$  ,  $x \neq -\sqrt{a}$ .

(2)  $(2, 0)$  ,  $(0, -\frac{4}{a})$  (3)  $y = 1$ .

(4) עבור  $a < 0$  : אין.

עבור  $a > 0$  :  $x = \sqrt{a}$  ,  $x = -\sqrt{a}$ .

ב. עבור  $a > 4$  :  $(2, 0)$  מקסימום,  $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$  מינימום.

עבור  $a < 4$  :  $(2, 0)$  מינימום,  $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$  מקסימום.

ג. I :  $a > 4$ .

II :  $a < 0$ .

III :  $0 < a < 4$ .

8. א.  $x = \sqrt{3}$  . ב.  $x = 5$ .



## מבחן בגרות מספר 29

קיץ תשע"ח, 2018, מועד א

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

שני רוכבי אופניים, אמיר ומשה, יצאו בשעה 06:00 זה לכיוונו של זה. אמיר רכב במהירות קבועה מעיר א לעיר ב, ומשה רכב במהירות קבועה מעיר ב לעיר א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה והמשיכו כל אחד ליעדו. אמיר הגיע לעיר ב שעתיים אחרי שעבר על פני משה, ואילו משה הגיע לעיר א 8 שעות אחרי שעבר על פני אמיר. א. באיזו שעה עברו אמיר ומשה זה על פני זה?

נסמן את מהירות נסיעתו של אמיר באות V. בדיוק כאשר עברו אמיר ומשה זה על פני זה יצאה יסמין, רכובה על אופנוע, מעיר א לעיר ב, במהירות קבועה. נתון שיסמין הגיעה לעיר ב אחרי אמיר, אך לפני שמשה הגיע לעיר א. ב. (1) הבע באמצעות V את המרחק בין עיר א לעיר ב. (2) הבע באמצעות V את טווח המהירויות האפשרי של יסמין.

2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

$a_n$  היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת שסכומה שלילי.  $a_1$  הוא האיבר הראשון בסדרה, ו- $q$  היא מנת הסדרה. א. לפניך ארבע טענות (I – IV). רק אחת מהן בהכרח נכונה. ציין את מספרה ונמק. (I)  $q < 0$ . (II)  $a_1 < 0$  וגם  $q < 0$ . (III)  $a_1 < 0$ . (IV)  $a_1 < 0$  או  $q < 0$ .

נסמן ב-  $T$  את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה  $a_n$ ,  
 ונסמן ב-  $R$  את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה  $a_n$ .  
 $p$  הוא פרמטר.  
 נתון:  $T + p \cdot R = 0$ .  
 ב. הבע את  $p$  באמצעות  $q$ .

$b_n$  היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא  $p$ .  
 ג. האם  $b_n$  היא סדרה מתכנסת? נמק.  
 ד. נתון:  $p$  שלילי. הראה שלכל  $n$  טבעי  $a_{n+1} > a_n$   
 (כלומר הראה שהסדרה  $a_n$  היא סדרה עולה).

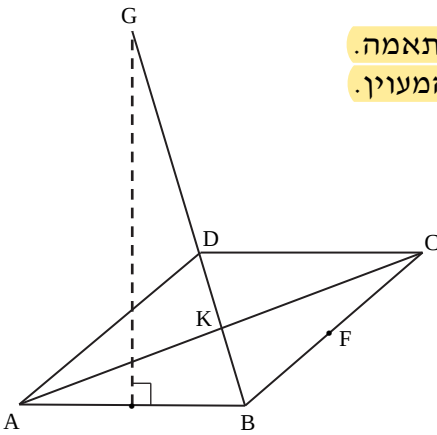
3. 



בעיר גדולה נערך מבחן לכל תלמידי התיכון.  
 37% מן התלמידים שניגשו למבחן נעזרו בחבריהם כדי להתכונן למבחן.  
 מהם עברו את המבחן.  $\frac{35}{37}$   
 מספר התלמידים שלא נעזרו בחבריהם ולא עברו את המבחן קטן פי 5  
 ממספר התלמידים שנעזרו בחבריהם ועברו את המבחן.  
 א. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן, והתברר שהוא לא עבר את המבחן.  
 מהי ההסתברות שהוא נעזר בחבריו?  
 ב. יעל והדס ניגשו למבחן. ידוע שיעל נעזרה בחבריה כדי להתכונן  
 למבחן, והדס לא נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן.  
 האם ההסתברות שיעל עברה את המבחן גבוהה מההסתברות שהדס  
 עברה את המבחן? נמק.  
 ג. בחרו באקראי 6 תלמידים שניגשו למבחן.  
 מהי ההסתברות שבדיוק שליש מהם לא נעזרו בחבריהם ועברו את  
 המבחן?  
 ד. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן.  
 מהי ההסתברות שהוא מקיים לפחות אחת משתי הטענות  $II - I$ :  
 (I) התלמיד נעזר בחבריו.  
 (II) התלמיד לא עבר את המבחן.

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.



4. ▶



ABCD הוא מעוין.

E ו-F הן אמצעי צלעות AB ו-BC בהתאמה.

הנקודה K היא מפגש האלכסונים של המעוין.

מן הנקודה E העלו אנך ל-AB,

החותך את המשך האלכסון BD

בנקודה G (ראה ציור).

א. הוכח: הנקודה G היא מרכז

המעגל החוסם את המשולש ABC.

הקטע GF חותך את האלכסון AC

בנקודה M, שהיא מרכז המעגל החוסם

את המשולש BDC.

ב. הוכח שהמשולשים MFC, BKC ו-BFG

דומים זה לזה.

נסמן ב-R את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC,

וב-r את רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

ג. (1) הוכח כי  $\frac{MC}{GB} = \frac{MF}{CF}$  וכי  $\frac{MF}{CF} = \frac{BK}{CK}$ .

(2) הראה כי היחס בין אלכסוני המעוין שווה ל- $\frac{r}{R}$ .

5. ▶



ABC הוא משולש ישר זווית ( $\angle ABC = 90^\circ$ ).

M היא נקודה על היתר כל ש- $AM:MC = \sqrt{3}:4$ .

נתון:  $\angle ABM = 30^\circ$ ,  $BM = 8$ .

א. (1) סמן:  $MC = 4x$  וחשב את זוויות המשולש ABC.

(2) חשב את הרדיוסים של המעגלים החוסמים את המשולשים

ABM ו-CMB.

ב. נסמן את מרכזי המעגלים החוסמים את המשולשים ABM

ו-CMB ב- $O_1$  ו- $O_2$  בהתאמה.

(1) הסבר מדוע המרובע  $BO_1MO_2$  הוא דלתון.

(2) חשב את אורך הקטע  $O_1O_2$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$ ,  $a$  הוא פרמטר.



נתון: הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל  $x$ .

א. הוכח:  $a > 1$ .

ענה על סעיף ב. אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתון:  $a = 3$ .

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$ ,

ועל ידי הישרים  $x = \frac{2}{3}$  ו- $x = 2$ .

ד.  $g(x)$  היא פונקציה רציפה המוגדרת לכל  $x$ .

נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי

ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{1}{3}$  ו- $x = b$  ( $b > \frac{1}{3}$ ).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי גרף הפונקציה

$g(x)$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{1}{3}$  ו- $x = b$  שווה ל- $2S$  בעבור כל  $b$ .

הבע את  $g(x)$  באמצעות  $f(x)$  בתחום  $x > \frac{1}{3}$  (כתוב את שתי האפשרויות).

אין צורך להוכיח את תשובתך.

7.

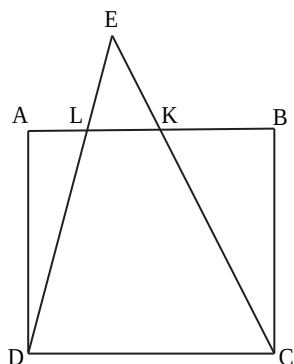


$f(x)$  היא פונקציה גזירה, המוגדרת לכל  $x$ , כך ש- $f(x) \neq 0$  לכל  $x$ .  
 א. הוכח שאם הפונקציה  $f(x)$  עולה בקטע מסוים, אז הפונקציה  $\frac{1}{f(x)}$  יורדת באותו הקטע; ואם הפונקציה  $f(x)$  יורדת בקטע מסוים, אז הפונקציה  $\frac{1}{f(x)}$  עולה באותו הקטע.

- נתונה הפונקציה  $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$ , המוגדרת לכל  $x$ .  
 ב. האם קיים  $x$  שבעבורו  $g(x) = 0$ ? נמק.  
 ג. (1) האם הפונקציה  $g(x)$  היא פונקציה זוגית? נמק.  
 (2) הראה שלכל  $x$  מתקיים:  $g(x) = g(x + 2\pi)$ .  
 (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ , וקבע את סוגן.  
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בתחום  $-\pi \leq x \leq 3\pi$ .

נתונה הפונקציה  $h(x) = \frac{1}{\sin^2 x + \cos x + 2}$ .

- ענה על סעיף ד. תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים.  
 ד. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $h(x)$ ? נמק.  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$  באותה מערכת צירים שבה סרטטת את גרף הפונקציה  $g(x)$ .



8.



- ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו 6 ס"מ.  
 K ו-L הן נקודות על הצלע AB.  
 נתון כי הישרים CK ו-DL חותכים זה את זה בנקודה E,  
 הנמצאת מחוץ לריבוע ABCD (ראה ציור).  
 נסמן:  $LK = x$ .  
 א. הבע באמצעות  $x$  את גובה המשולש KLE.  
 ב. עבור איזה ערך של  $x$  סכום שטחי המשולשים ADL, BCK ו-KLE הוא מינימלי? נמק.  
 תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

**תשובות למבחן בגרות מספר 29 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד א:**

1. א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה בשעה 10:00.

ב. (1) 6V. (2) x : מהירותה של יסמין,  $\frac{3}{4}V < x < 3V$ .

2. א. טענה III (סכום הסדרה הוא  $\frac{a_1}{1-q}$ , כמו כן  $-1 < q < 1$ , לכן כש- $a_1$  שלילי הסכום שלילי).

ב.  $P = -\frac{1}{q}$ . ג. לא מתכנסת ( $-1 < q < 1 \leftarrow p > 1$  או  $p < -1$ ). ד. הוכחה.

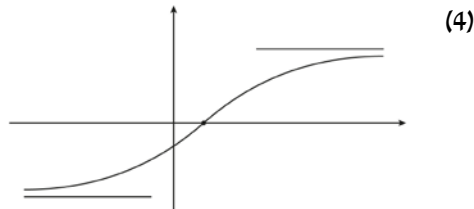
3. א.  $\frac{2}{9}$ . ב. כן ( $\frac{35}{37} > \frac{56}{63}$ ). ג. 0.1763. ד. 0.44.

5. א. (1)  $53.13^\circ$ ,  $36.87^\circ$ ,  $90^\circ$ . (2)  $R_{\Delta ABM} = 5$ ,  $R_{\Delta CBM} = 6\frac{2}{3}$ .

ב. (1)  $BO_1 = MO_1 = 5$ ,  $BO_2 = MO_2 = 6\frac{2}{3}$ . (2)  $8\frac{1}{3}$ .

6. א. הוכחה.

ב. (1)  $(\frac{1}{a}, 0)$ ,  $(0, -1)$ . (2)  $y = \sqrt{a}$ ,  $y = -\sqrt{a}$ . (3) עולה לכל x.



ג. 2. ד.  $g(x) = -f(x)$ ,  $g(x) = 3f(x)$ .

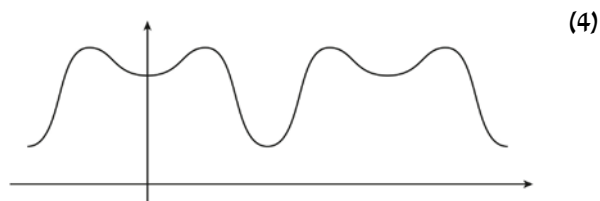
7. א. הוכחה.

ב. לא ( $2 + \sin^2 x \geq 2$ ,  $\cos x \geq -1$  לכן סכומם גדול מ-1 או שווה לו ולכן לא יכול להיות שווה 0).

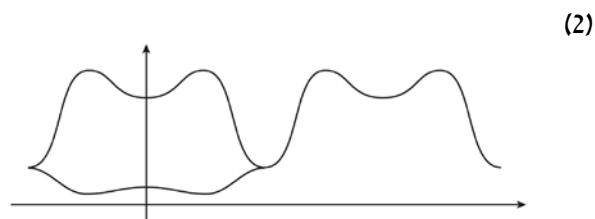
ג. (1) כן ( $\sin^2 x - \cos x$  הן פונקציות זוגיות). (2) הוכחה.

(3)  $(0, 3)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{3}, 3\frac{1}{4})$  מקסימום,  $(\pi, 1)$  מינימום.





ד. (1) כל  $x$ .



8. א.  $\frac{6x}{6-x}$  . ב.  $6-3\sqrt{2}$ .



### התשמו לאתר מייגבע וקבלו

**נ** פתרונות וידאו לשאלות מבחינות הבגרות  
**ונ** מאגר של אלפי פתרונות וידאו נוספים  
 למגוון שאלות לפי נושאים.



## מבחן בגרות מספר 30

קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

המרחק מביתה של רננה עד בית הספר הוא 500 מטרים.  
רננה יצאה מביתה אל בית הספר והלכה במהירות קבועה.  
3 דקות לאחר שיצאה מביתה, יצא משם אביה בעקבותיה כדי להביא  
לה כריך ששכחה. הוא רץ במהירות קבועה של 2.5 מטרים לשנייה.

כאשר הגיע האב לרננה הם עמדו ושוחחו במשך 2 דקות והוא נתן לה את  
הכריך, ולאחר מכן הלך כל אחד מהם לדרכו – רננה לבית הספר והאב  
בחזרה אל הבית. רננה המשיכה ללכת באותה המהירות שהלכה לפני כן,  
והאב הלך במהירות של 1.5 מטרים לשנייה.  
אביה של רננה הגיע אל הבית בדיוק באותו הזמן שהגיעה רננה אל בית  
הספר.

- א. חשב את מהירות ההליכה של רננה.  
ב. כמה זמן עבר מן הרגע שרננה יצאה מביתה ועד שהגיעה אל בית  
הספר?

## 2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

הסדרה  $a_n$  מוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי כלל הנסיגה:  $a_{n+1} = -\frac{c^{n-2}}{a_n}$ ,

$$a_1 = -\frac{1}{c}, \quad c > 0.$$

א. הוכח כי האיברים בסדרה  $a_n$  הנמצאים במקומות האי-זוגיים

מהווים סדרה הנדסית, וכי האיברים בסדרה  $a_n$  הנמצאים

במקומות הזוגיים גם הם סדרה הנדסית.

ב. (1) רשום את 7 האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$ .

הבע את תשובתך באמצעות  $c$  אם יש צורך.

(2) הבע באמצעות  $c$  את סכום 7 האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$ .

(3) הוכח שלכל  $n$  טבעי, הסכום של  $2n-1$  האיברים הראשונים

בסדרה  $a_n$  אינו תלוי ב- $n$ .

ג. הסדרה  $b_n$  מוגדרת באופן הזה:  $b_n = -\frac{2}{a_n \cdot a_{n+1}}$ .

(1) הראה כי  $b_n$  היא סדרה הנדסית.

(2) מהו תחום הערכים של  $c$  שבעבורם  $b_n$  היא סדרה יורדת?

(3) נתון שהסדרה האין-סופית  $b_n$  היא סדרה יורדת.

הבע באמצעות  $c$  את סכומה.

## 3.



במבחן רב-ברירה ("אמריקני") יש 5 שאלות.

לכל שאלה מוצגות 4 תשובות, אך רק אחת מהן נכונה.

התלמידים צריכים לסמן תשובה אחת מבין 4 התשובות המוצגות.

תלמיד שמסמן את התשובה הנכונה על השאלה מקבל 20 נקודות

לשאלה זו.

תלמיד שמסמן תשובה לא נכונה על השאלה אינו מקבל נקודות לשאלה.

כדי לעבור את המבחן יש לצבור לפחות 60 נקודות סך הכול.

א. על 2 מן השאלות ידע שחר בוודאות לענות את התשובות הנכונות,

וסימן אותן.

בשאר השאלות הוא סימן באקראי תשובה אחת בכל שאלה.

(1) מהי ההסתברות ששחר יצבור במבחן בדיוק 60 נקודות?

(2) מהי ההסתברות ששחר יעבור את המבחן?

ב. על 2 מן השאלות ידע דניאל בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימן אותן.

בכל אחת משלוש השאלות האחרות ידע דניאל בוודאות שתשובה אחת, מבין 4 התשובות המוצגות, אינה נכונה, ולכן סימן באקראי אחת מן התשובות האחרות בכל שאלה.  
מהי ההסתברות שדניאל יצבור במבחן בדיוק 60 נקודות?

ג. על 3 מן השאלות ידעה הדס בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימנה אותן.

בכל אחת משתי השאלות האחרות היא ידעה בוודאות ש- $k$  מבין 4 התשובות המוצגות אינן נכונות, וסימנה באקראי אחת מן התשובות האחרות בכל שאלה.  
ידוע שההסתברות שהדס תצבור בדיוק 60 נקודות במבחן שווה להסתברות שהיא תצבור 100 נקודות במבחן.  
מצא את  $k$ . נמק.

## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4.  $\triangle ABC$  הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = BC$ ).

$AK$  ו- $CL$  הם תיכונים במשולש,

החותכים זה את זה בנקודה  $D$ .

נתון:  $AK \perp CL$ .

א. הוכח:  $BD = AC$ .

ב. חשב את היחס  $\frac{S_{\triangle BDK}}{S_{\triangle ABC}}$ .

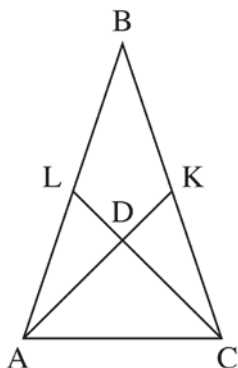
ג.  $M$  הוא מרכז המעגל החוסם את

המרובע  $ALKC$ .

(1) הוכח:  $\angle AML = 90^\circ$ .

(2) מצא את היחס  $\frac{AM}{AD}$ .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.





ABC הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = AC$ ).  
 BD הוא חוצה זווית במשולש ABC.  
 המשך הקטע BD חותך את המעגל החוסם את המשולש ABC בנקודה E.  
 גודל הזווית ABC הוא  $2\beta$ .

א. הבע באמצעות  $\beta$  את  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$ , היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש ADE.  
 אין צורך לפשט את הביטוי שקיבלת.

נתון: BE שווה באורכו לרדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

ב. חשב את היחס  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$ .

נסמן ב-a את אורך השוק AB.

ג. הבע באמצעות a את רדיוס המעגל החוסם על ידי המשולש ABC.

בתשובותיך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## מה הקטע של סימני ה-ליד כל שאלה?

לכל שאלה מחכה לכם סרטון הסבר  
 מלא באפליקציה או באתר MY.GEVA

- 01 מורידים את אפליקציית MY.GEVA
- 02 סורקים דרכה את הקוד שמופיע ליד השאלה  
 (לא יעבוד טוב עם סורקים אחרים)
- 03 צופים בפתרון הוידאו לשאלה



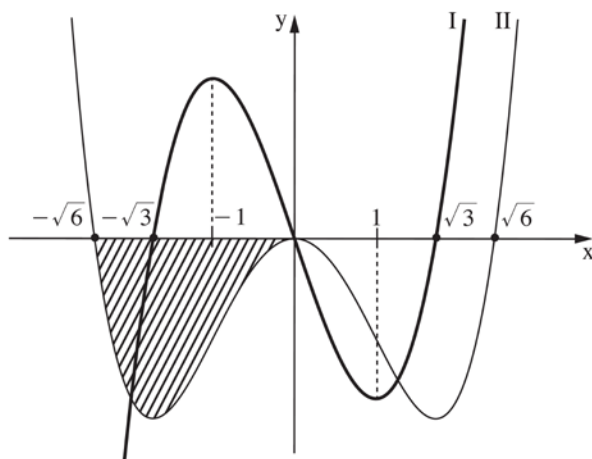
יותר נח לכם מסך גדול? אין בעיה!  
 הכנסו לאתר MY.GEVA.CO.IL

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות  
טריגונומטריות**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

לפניך הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $f''(x)$  (פונקציית הנגזרת הראשונה ופונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה  $f(x)$ ) בתחום  $-2.5 \leq x \leq 2.5$ . שני הגרפים עוברים בראשית הצירים.

6. ▶



- א. התאם בין הגרפים I ו-II ובין הפונקציות  $f'(x)$  ו- $f''(x)$ . נמק.
- ב. (1) כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה  $f(x)$  בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך.
- (2) כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $f(x)$  בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך.
- ג. עבור איזה ערך של  $x$  בתחום  $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$  שיפוע המשיק לגרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , הוא מינימלי?
- נתון:  $f(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

- נתון: ערך הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה הוא  $t$ .  
 ה. הבע באמצעות  $t$  את השטח המוגבל על ידי גרף  $II$  ועל ידי החלק השלילי של ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציר).  
 ו. נתון: קיימים  $a, b, c$  ו- $c$  ממשיים כך ש- $f(x) = ax^5 + bx^3 + c$ .  
 מצא את  $c$  ואת היחס  $\frac{a}{b}$ .

7. ▶

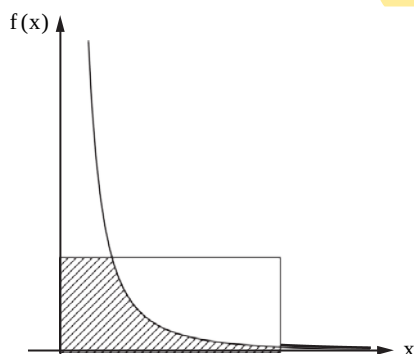


- נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin(\frac{\pi}{x})$ .  
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 ענה על הסעיפים ב-ה עבור התחום  $x \geq \frac{2}{7}$ .  
 ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
 ד. לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אופקית.  
 מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ענה על סעיף ו עבור התחום  $x > 0$ .  
 ו. נסתכל על נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 לפניך 3 טענות (i–iii). אחת מהן נכונה. איזו מהן היא הנכונה? נמק.  
 (i) ככל שמתקרבים ל- $x = 0$ , המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות הולך וקטן.  
 (ii) המרחק בין כל שתי נקודות חיתוך סמוכות נשאר קבוע.  
 (iii) ככל שמתקרבים ל- $x = 0$ , המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות הולך וגדל.

8. ▶



בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  בתחום  $x > 0$ ,



ומלבן ששתיים מצלעותיו נמצאות על הצירים

והוא נמצא ברביע הראשון.

נתון: שטח המלבן הוא 4.

נסמן ב- $a$  את אורך צלע המלבן שנמצאת

על ציר ה- $x$ . נתון:  $a \geq \frac{1}{4}$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את השטח המוגבל

על ידי הצירים, על ידי צלעות

המלבן ועל ידי גרף הפונקציה  $f(x)$

(השטח המקווקו בציור).

ב. עבור איזה ערך של  $a$  השטח שמצאת

בסעיף א הוא מקסימלי?

## תשובות למבחן בגרות מספר 30 – קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב:

1. א. 1 מטר לשניה. ב. 620 שניות ( $10\frac{1}{3}$  דקות).

2. א. הוכחה.

ב. (1)  $a_1 = -\frac{1}{c}$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_3 = -1$ ,  $a_4 = c$ ,  $a_5 = -c$ ,  $a_6 = c^2$ ,  $a_7 = -c^2$ .

(2)  $S_7 = -\frac{1}{c}$ . (3) הוכחה.

ג. (1) הוכחה. (2)  $c > 1$ . (3)  $S = \frac{2c^2}{c-1}$ .

3. א. (1)  $\frac{27}{64}$ . (2)  $\frac{37}{64}$ . ב.  $\frac{4}{9}$ . ג.  $k = 2$ .

4. א. הוכחה. ב.  $\frac{S_{BLDK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$ . ג. (1) הוכחה. (2)  $\frac{AM}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = 0.79$ .

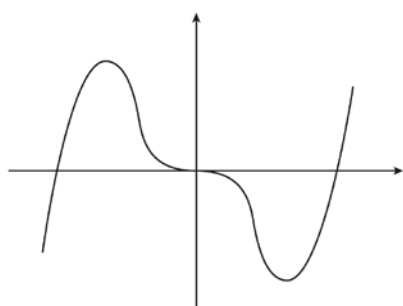


5. א.  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\sin 2\beta \sin 4\beta \sin 3\beta}{\sin^3 \beta}$  . ב. 20.99 . ג.  $r = 0.165a$  .

6. א.  $f'(x) : \text{II}$  ,  $f''(x) : \text{I}$  .

ב. (1) 2 (כמספר נקודות החיתוך של  $f'(x)$  עם ציר  $x$ ).

(2) 3 (כמספר נקודות החיתוך של  $f''(x)$  עם ציר  $x$ ).



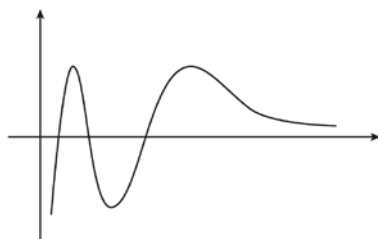
ג.  $x = 1$  . ד.

ה.  $S = t$  .

ו.  $\frac{a}{b} = -\frac{1}{10}$  ,  $c = 0$  .

7. א.  $x \neq 0$  . ב.  $(1,0)$  ,  $(\frac{1}{2},0)$  ,  $(\frac{1}{3},0)$  .

ג.  $(2,1)$  מקסימום,  $(\frac{2}{3}, -1)$  מינימום,  $(\frac{2}{5}, 1)$  מקסימום,  $(\frac{2}{7}, -1)$  מינימום.



ד.  $y = 0$  . ה.

ו. אפשרות i.

נימוק בפתרון המלא.

8. א.  $S = \frac{4\sqrt{a}-1}{a}$  . ב.  $a = \frac{1}{4}$  .



## מבחן בגרות מספר 31

חורף תשע"ט, 2019

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

קבוצת פועלים, חוטבי עצים מנוסים, תכננה לירות 216 מ"ק עץ במספר ימים מסוים (ההספק של הפועלים הוא קבוע). בשלושת הימים הראשונים עבדו הפועלים על פי ההספק המתוכנן. החל מן היום הרביעי הם הגבירו את קצב עבודתם ומדי יום כרתו 8 מ"ק עץ יותר מן המתוכנן. הם עבדו בפועל יום אחד פחות ממספר הימים המתוכנן, וכרתו 232 מ"ק עץ סך הכול.

א. (1) על פי התכנון, כמה מ"ק עץ היו אמורים הפועלים לירות ביום?

(2) כמה ימים עבדו הפועלים בפועל?

ב. במהלך איזה יום מתחילת העבודה סיימו הפועלים לירות  $\frac{2}{3}$  מן הכמות

המתוכננת?

לאחר מכן הוצמד פועל מתלמד לכל פועל מנוסה בקבוצה, וכך נוצרה קבוצה חדשה ובה 2m פועלים סך הכול (m מנוסים ו - m מתלמדים).

ההספק היומי של הפועלים המנוסים הוא ההספק היומי המתוכנן. כל הפועלים המנוסים עובדים באותו הספק יומי. ההספק היומי של פועל

מתלמד קטן ב - 1 מ"ק מן ההספק היומי של פועל מנוסה. הקבוצה החדשה

עבדה 8 ימים.

ג. (1) בטא את ההספק היומי של פועל מנוסה יחיד ושל פועל מתלמד יחיד

באמצעות m.

(2) כמה פועלים יש בקבוצה החדשה אם ידוע שהם כרתו 336 מ"ק עץ סך

הכול?

## 2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתונה סדרה חשבונית  $a_1, a_2, \dots, a_{2n+3}$  ובה  $2n+3$  איברים ( $n$  הוא מספר טבעי).

סכום הסדרה גדול פי 43 מן האיבר האמצעי. האיבר האמצעי שונה מ-0.

א. הראה כי סכום הסדרה שווה ל- $(2n+3) \cdot a_{n+2}$ .

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה.

ב. ידוע כי בסדרה הנתונה סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים

גדול ב-40 מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.

(1) מצא את האיבר האמצעי.

(2) מצא את סכום הסדרה.

נתון כי הפרש הסדרה הנתונה הוא  $-a_1$ .

ג. קבע אם הסדרה עולה או יורדת.

מכל איברי הסדרה הנתונה בונים סדרה חדשה על ידי חיבור של כל  $k$

איברים סמוכים ( $k$  הוא מספר טבעי) באופן הזה:

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_k), (a_2 + a_3 + \dots + a_{k+1}), (a_3 + a_4 + \dots + a_{k+2}), \dots$$

ד. הבע באמצעות  $k$  את מספר האיברים בסדרה החדשה.

## 3.



בבית ספר תיכון ניגשים תלמידי שכבת י"ב לבחינת המתכונת באזרחות ולאחר מכן לבחינת הבגרות באזרחות. נתון: גם בשנת 2017 וגם בשנת 2018 מספר התלמידים שעברו את בחינת המתכונת ונכשלו בבחינת הבגרות היה שווה למספר התלמידים שנכשלו בבחינת המתכונת ועברו את בחינת הבגרות.

א. בשנת 2017 ניגשו 250 תלמידים לבחינת המתכונת ולאחר מכן לבחינת הבגרות באזרחות. ידוע שאם תלמיד עבר את בחינת המתכונת, ההסתברות שהוא עבר את בחינת הבגרות היא 0.9. שיעורם של הנכשלים בבחינת הבגרות מכלל התלמידים שניגשו לבחינות בשנה זו היה 20%.

(1) מהו מספר התלמידים שעברו גם את בחינת המתכונת וגם את בחינת הבגרות?

(2) ידוע שתלמיד מסוים נכשל בבחינת המתכונת. מהי ההסתברות שאותו תלמיד עבר את בחינת הבגרות?

(3) בוחרים באקראי (עם החזרה) שני תלמידים שנכשלו בבחינת הבגרות. מהי ההסתברות ששניהם נכשלו גם בבחינת המתכונת?

ב. נתון כי בשנת 2018 לא הייתה תלות בין המאורע "עובר את בחינת המתכונת" לבין המאורע "עובר את בחינת הבגרות", וכי ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת הבגרות בשנה זו היא  $a$  ( $0 < a < 1$ ). הבע באמצעות  $a$  את ההסתברות שתלמיד עבר את בחינת המתכונת ונכשל בבחינת הבגרות בשנה זו.

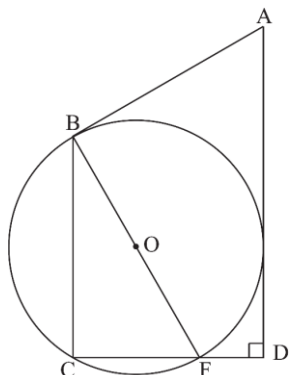
## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4.



המשולש BCF חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R. BF הוא קוטר המעגל. מן הנקודה A יוצאים שני משיקים למעגל - האחד משיק למעגל בנקודה B והאחר חותך את המשך הצלע CF בנקודה D, כמתואר, בצירוף שלפניך.



נתון:  $AD \perp CD$ .

א. הוכח:  $\angle BFC = \angle BAD$ .

נתון: K היא נקודה על הצלע BC, כך ש- FK חוצה את  $\angle BFC$ .

ב. הוכח:  $KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$ .

ג. הוכח:  $KB \cdot AB = 2R^2$ .

ד. הסבר מדוע שטח  $\triangle BFK$  גדול משטח  $\triangle KFC$ .

5.



ABC הוא משולש החסום במעגל שרדיוסו R. הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות AB ו- AC בהתאמה, והנקודה F נמצאת על הקשת BC כך שהמרובע ADFE הוא מעוין (ראה ציור).

נתון:  $\angle ABC = \beta$ ,  $\angle BAC = \alpha$ .

א. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  ו-  $\beta$  את  $\angle ABF$ .

(2) הבע באמצעות R,  $\alpha$  ו-  $\beta$  את אורך האלכסון AF.

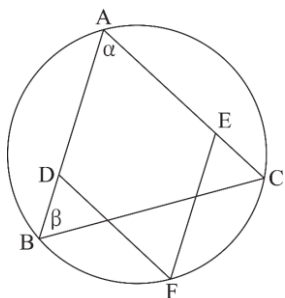
ב. הבע באמצעות R,  $\alpha$  ו-  $\beta$  את אורך צלע המעוין.

נתון כי AF הוא קוטר במעגל.

ג. הראה כי שטח המעוין הוא  $2R^2 \tan \frac{\alpha}{2}$ .

נתון כי רדיוס המעגל החסום במעוין ADFE הוא  $\frac{3}{5}R$ .

ד. חשב את  $\beta$ .



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתון: הפונקציה  $g''(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$  היא פונקציית הנגזרת השנייה

6. 



של הפונקציה  $g(x)$ .

הפונקציות  $g''(x), g'(x), g(x)$  מוגדרות באותו התחום.

נתון כי משוואת המשיק לפונקציה  $g(x)$  בנקודת הפיתול שלה היא

$$y = \frac{3}{2}x - 3$$

א. (1) מצא את הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ?

(3) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

נגדיר:  $h(x) = |g(x)|$

ב. באותה מערכת צירים שבה סרטטת סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ ,

הוסף בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה  $h(x)$ .

ג. נתון כי  $\int_a^2 g(x) dx = t$ ,  $0 < a < 2$ ,  $t$  הוא פרמטר.

הבע באמצעות  $t$  את  $\int_a^2 (h(x) - g(x)) dx$ .

7.



נתונה הפונקציה  $f(x) = 2\sin x + \cos 2x - 1$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

גרף הפונקציה  $f(x)$  הוזז שמאלה ב  $\frac{\pi}{2}$  כך שהתקבלה פונקציה  $g(x)$

המוגדרת בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

ב. (1) בטא את הפונקציה  $g(x)$  באמצעות הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(3) הוכח כי  $g(x)$  היא פונקציה זוגית.

לפניך שלושה ביטויים, III - I :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x - \frac{\pi}{2}) dx : \text{III} \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x + \frac{\pi}{2}) dx : \text{II} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x + \pi) dx : \text{I}$$

ג. ציין איזה מן הביטויים I - III שווה ל-  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .

נמק את תשובתך. אין צורך בחישוב.

8.



במשולש ABC נתון:  $AB = 30$ ,  $AC = 20$ .

$\angle CAB = \alpha$ . הוא קבוע.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB והנקודה E נמצאת על הצלע AC (ראי ציור)

נתון: שטח המשולש ADE שנוצר באופן הזה

הוא רבע משטח המשולש ABC

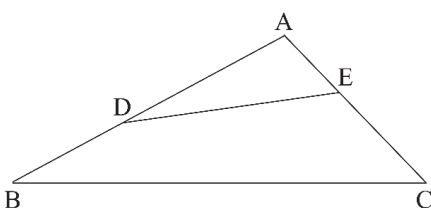
סמן את אורך הקטע AD ב-  $x$ .

א. הבע באמצעות  $x$  את אורך הקטע AE.

ב. (1) הבע באמצעות  $\alpha$  את האורך המינימלי של הקטע DE.

(2) הסק מתת - סעיף ב(1) את הערך של  $x$  שבעבורו היחס  $\frac{DE}{BC}$  הוא

מינימלי. הסבר.



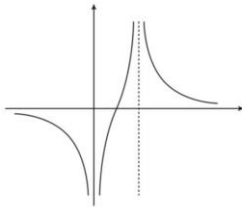
**תשובות למבחן בגרות מספר 31 – חורף תשע"ט, 2019:**

1. א. (1) 24, (2) 8 ימים. ב. במהלך היום השישי.  
ג. (1)  $\frac{24}{m}$  הספק יומי של פועל מנוסה,  $1 - \frac{24}{m}$  הספק יומי של פועל מתלמד  
(2) 12 פועלים.
2. א. (1) הוכחה. (2) 43. ב. (1) 40. (2) 1720. ג. עולה. ד.  $44 - k$ .
3. א. (1) 180 תלמידים. (2) 0.4. (3) 0.36. ב.  $a - a^2$ .
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- ד.  $S_{\Delta BFK} > S_{\Delta KFC}$  כיוון שלשני המשולשים יש גובה משותף לצלעות KB ו KC  
בנוסף לפי משפט חוצה זווית  $KC < KB$ .

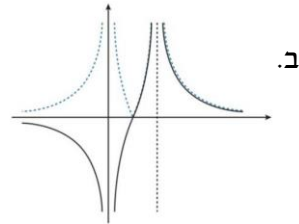
5. א. (1)  $\beta + \frac{\alpha}{2}$ . (2)  $2R \sin(\beta + \frac{\alpha}{2})$ . ב.  $\frac{R \sin(\beta + \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}}$ . ג. הוכחה. ד.  $53.13^\circ$ .

6. א. (1)  $g(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{3}{(x-4)^2}$ . (2)  $x \neq 0, x \neq 4$ .

(3) ירידה:  $x < 0, 4 < x$ . עליה:  $0 < x < 4$ . (4)



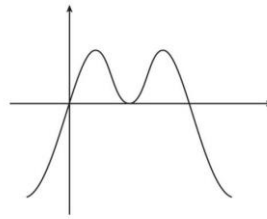
ג.  $-2t$ .



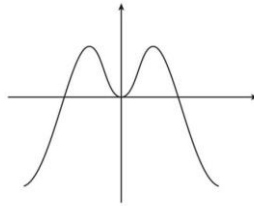
7. א. (1)  $(0,0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(\pi, 0)$ .

(2)  $\min(-\frac{\pi}{2}, -4)$ ,  $\max(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ ,  $\min(\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $\max(-\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2})$ ,  $\min(\frac{3\pi}{2}, -4)$ .

(3)



(3) הוכחה.



(2)

ב. (1)  $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

ג. גרף II.

8. א.  $\frac{150}{x}$  . ב. (1)  $\sqrt{300 - 300 \cos \alpha}$  . (2)  $\sqrt{150}$

מורידים את האפליקציה MY.GEVA

סורקים את הברקוד המופיע ליד כל שאלה

צופים בסרטון ההסבר המלא לשאלה



איך  
משתמשים  
בחוברת?







## מבחן בגרות מספר 32

קיץ תשע"ט, 2019, מועד א

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

1. ▶



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

במאפיייה יש שתי מכוניות לייצור עוגות: מכונית I ומכונית II.  
כל אחת מן המכוניות מייצרת עוגות בקצב קבוע משלה.  
ביום ראשון זמן העבודה של שתי המכוניות היה שווה.

ביום ראשון מכונית I ייצרה 80 עוגות יותר ממספר העוגות שייצרה מכונית II.

ביום שני ייצרה מכונית II את אותו מספר עוגות שייצרה מכונית I ביום ראשון, ומכונית I ייצרה את אותו מספר עוגות שייצרה מכונית II ביום ראשון.

ביום שני היה זמן העבודה של מכונית II ארוך פי  $\frac{25}{9}$  מזמן העבודה של מכונית I באותו יום.

א. חשב כמה עוגות סך הכל ייצרו שתי המכוניות ביום ראשון.

נסמן:  $T_1$  - הזמן הדרוש למכונית I לייצר עוגה אחת,

$T_2$  - הזמן הדרוש למכונית II לייצר עוגה אחת.

ב. חשב את היחס  $\frac{T_1}{T_2}$ . נמק.

ג. (1) בפרק זמן מסוים מכונית I ייצרה בדיוק 47 עוגות.

כמה עוגות שלמות ייצרה מכונית II בפרק הזמן הזה? הסבר.

(2) ידוע ששתי המכוניות עבדו אותו פרק זמן, וכל אחת מהן ייצרה מספר שלם של עוגות. האם ייתכן שבפרק הזמן הזה שתי המכוניות יחד ייצרו 26 עוגות? נמק.

## 2.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

$a_n$  היא סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא  $q$ .  $|q| \neq 1$ .

נתון:  $a_3 \cdot a_7 = 1$ .

א. חשב את  $a_5$  (מצא את שתי האפשרויות).

נתון:  $a_5 > 0$ .

ב. (1) הבא את  $a_1$  באמצעות  $q$ .

(2) האם קיים  $n$  טבעי שעבורו  $a_n = \frac{1}{a_1}$ ? אם כן- מצא אותו.

אם לא- נמק.

(3) האם קיים  $n$  טבעי שעבורו  $a_n = \frac{1}{a_{13}}$ ? אם כן- מצא אותו.

אם לא- נמק.

ג. (1) הבע באמצעות  $q$  את 7 האיברים הראשונים של הסדרה  $a_n$ .

(2) נתון:  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 1$  ( $k$  הוא מספר טבעי).

מצא את הערך של  $k$ , והסבר מדוע הוא הערך האפשרי היחיד של  $k$ .

## 3.



גלי ונטע משחקות משחק ובו אפשר לקבוע את מספר הסיבובים. בכל סיבוב אחת מהן זוכה והאחרת מפסידה. המנצחת במשחק כולו תהיה זו שתזכה ביותר סיבובים מחברתה. אם לשתיהן מספר שווה של זכיות בסיבובים, התוצאה במשחק כולו תהיה תיקו.

נתון: בכל סיבוב הסיכוי של נטע לזכות הוא  $\frac{1}{3}$ .

א. ביום ראשון שיחקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק.

(1) מהי ההסתברות שנטע נצחה במשחק כולו?

(2) מהי ההסתברות לתוצאת תיקו במשחק כולו?

ב. גם ביום שני שיחקו גלי ונטע 4 סיבובים במשחק. הפעם הן החליטו מראש שאם התוצאה במשחק של 4 הסיבובים תהיה תיקו- הן ישחקו עוד 3 סיבובים כדי להכריע את תוצאת המשחק, ומי שתזכה ביותר סיבובים, תנצח במשחק כולו. מהי ההסתברות שנטע תנצח במשחק כולו?

ג. ידוע שנטע ניצחה במשחק כולו בדיוק באחד משני הימים: ראשון או שני. מהו הסיכוי שהיא ניצחה במשחק כולו ביום שני?

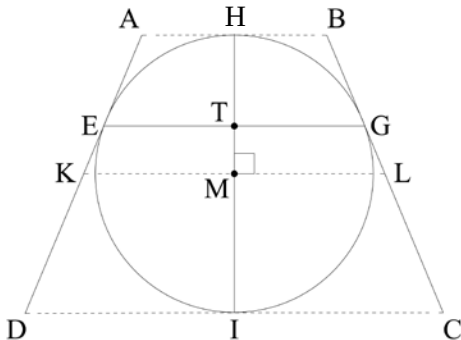
## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4.



EG הוא מיתר במעגל שמרכזו M ורדיוסו r.  
דרך נקודות E ו-G העבירו משיקים למעגל.  
דרך מרכז המעגל, M, העבירו ישר המקביל למיתר EG  
וחותך את המשיקים בנקודות K ו-L,  
כמתואר בציור.



דרך מרכז המעגל, M, העבירו אנך  
ל- KL אשר חותך את המיתר  
EG בנקודה T ואת המעגל בנקודות  
H ו-I, כמתואר בציור.  
נסמן:  $TG = a$ .

א. (1) הוכח:  $TG \cdot ML = MG^2$ .  
(2) הבע את אורך הקטע KL

באמצעות a ו-r.

דרך הנקודות H ו-I העבירו משיקים למעגל כך שנוצר טרפז שווה  
שוקיים ABCD שחוסם את המעגל, כמתואר בציור.

ב. (1) הוכח  $BC = KL$ .

(2) הבע את היקף הטרפז ABCD באמצעות a ו-r.

ג. האם היחס בין היקף הטרפז ABCD והיקף המעגל יכול להיות קטן

מ-  $\frac{4}{\pi}$ ? נמק.

5.



ABCD הוא מעוין שאורך צלעו הוא a.

נתון:  $\angle BAD = 60^\circ$ .

במשולש ABD חסום מעגל

שמרכזו M.

מן הקודקוד C העבירו משיק

למעגל שהמשכו חותך את הצלע

AB בנקודה F והוא משיק למעגל

בנקודה K (ראה ציור).

א. הבע באמצעות a את רדיוס

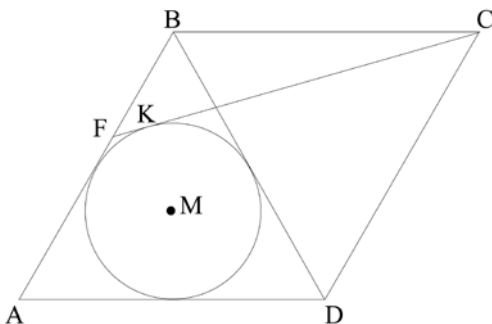
המעגל.

ב. (1) הסבר מדוע הנקודה M

נמצאת על אלכסון המעוין AC.

(2) חשב את גודל הזווית ACF.

ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש ACF.



## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{2x - a}$ .  $a$  הוא פרמטר

6. 

המקיים  $-4 < a < 2$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) הסבר מדוע לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטה מקבילה

לציר ה- $y$ .

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$

המקבילות לציר ה- $x$ .

(4) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם

הצירים.

(5) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $a$  את שיעורי ה- $x$  שבעבורם  $f'(x) = 0$

(אם יש כאלה).

(2) מצא את הערך של  $a$  שבעבורו  $f'(x) \neq 0$  לכל  $x$  בתחום

ההגדרה.

הצב  $a = -1$  במשוואת הפונקציה  $f(x)$  וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה)?

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. חשב את  $\int_3^4 \frac{1}{f(x)} dx$ . תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 \sin x$  המוגדרת בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$   
 א. (1) קבע אם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  בתחום הנתון.

(3) הסבר מדוע הפונקציה  $f(x)$  היא אי-שלילית בתחום הנתון.

(4) קבע אם פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית. נמק.

ב. (1) הראה ששיעורי ה- $x$  שבעבורם  $f'(x) = 0$  מקיימים  $\tan x = -\frac{1}{3}x$

(2) בצויר שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות

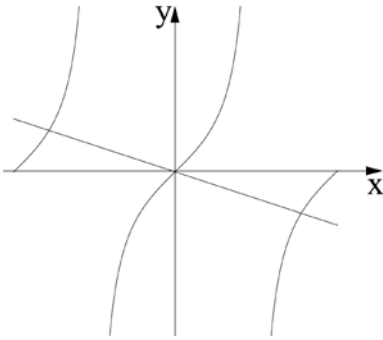
$$g(x) = \tan x \text{ ו- } h(x) = -\frac{1}{3}x$$

בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

היעזר בצויר,

וקבע כמה נקודות בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$

מקיימות  $f'(x) = 0$ .



נתון שיעור ה- $x$  של אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  הוא 2.46 בקירוב.

ענה על הסעיפים ג-ד בעבור התחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

ג. (1) מהם שיעורי ה- $x$  של כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום? נמק וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , בתחום.

(2) כמה נקודות פיתול לכל הפחות יש לפונקציה  $f(x)$  בתחום?

נמק.

8.

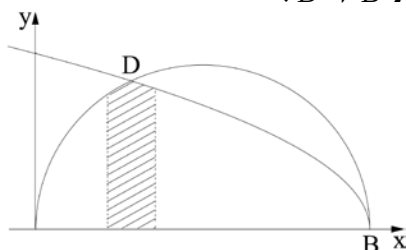


בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 7x}$  ו-  $g(x) = \sqrt{14 - 2x}$ .

גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בראשית הצירים ובנקודה  $B$ , ואת גרף הפונקציה  $g(x)$  הוא חותך בנקודות  $B$  ו- $D$ , כמתואר בציור.

א. (1) מצא את תחומי ההגדרה של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

(2) מצא את שיעורי ה- $x$  של הנקודות  $B$  ו- $D$ .



$a$  הוא פרמטר המקיים  $1 \leq a \leq 2$ . השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ ,

על ידי האנכים  $x = a$  ו- $x = a+1$

ועל ידי ציר ה- $x$ , מסתובב סביב ציר ה- $x$ .

ב. (1) חשב את  $a$  שבעבורו נפח גוף הסיבוב המתקבל הוא המקסימלי.

(2) מצא את  $a$  שבעבורו נפח גוף הסיבוב המתקבל הוא המינימלי.

אם צריך, השאר בתשובותיך שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

## תשובות למבחן בגרות מספר 32 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד א:

1. א. 320 עוגות. ב.  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$ . ג. (1) 28 עוגות שלמות: (2) לא ייתכן.

2. א.  $a_5 = 1$  או  $a_5 = -1$ . ב. (1)  $a_1 = \frac{1}{q^4}$ . (2)  $n = 9$ . (3) אין כזה.

ג. (1)  $q^2, q, 1, \frac{1}{q}, \frac{1}{q^2}, \frac{1}{q^3}, \frac{1}{q^4}$ . (2)  $k = 9$ .

3. א. (1)  $\frac{1}{9}$ . (2)  $\frac{8}{27}$ . ב.  $\frac{137}{729}$ . ג.  $\frac{137}{211}$ .

4. א. (1) הוכחה. (2)  $KL = \frac{2r^2}{a}$ . ב. (1) הוכחה. (2)  $P_{ABCD} = \frac{8r^2}{a}$ . ג. לא.

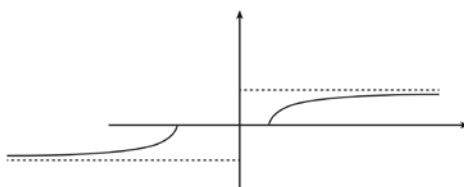
5. א.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ . ב. (1) הוכחה. (2)  $\angle ACF = 14.478^\circ$ . ג.  $S_{ACF} = 0.267a^2$ .

6. א. (1)  $x \leq -2$ ,  $x \geq 1$  הוכחה. (2) הוכחה. (3)  $y = \frac{1}{2}$ ,  $y = -\frac{1}{2}$ .

(4)  $(-2, 0)$ ,  $(1, 0)$ . (5)  $f(x) < 0$  עבור  $x < -2$ .  $f(x) > 0$  עבור  $x > 1$ .

ב. (1)  $x = \frac{8-a}{2a+2}$ . (2)  $a = -1$ . ג. (1)  $f(x)$  עולה לכל  $x$  בתחום ההגדרה.

(2)



ד.  $2.16 \sqrt{2} - 2\sqrt{10} =$  יח"ר

7. א. (1)  $f(x)$  זוגית. (2)  $(-\pi, 0)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(\pi, 0)$ . (3) הוכחה. (4)  $f'(x)$  אי זוגית.

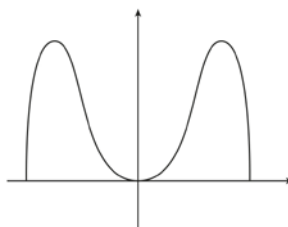
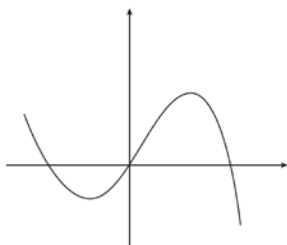
ב. (1) הוכחה. (2) שלוש נקודות.

ג. (1)  $x = \pi$  מינימום קצה,  $x = 2.46$  מקסימום,  $x = 0$  מינימום,

$x = -2.46$  מקסימום,  $x = -\pi$  מינימום קצה.

ד. (1)

(2)



ד. (2) 2 נקודות פיתול לפחות.

8. א. (1)  $f(x)$ :  $0 \leq x \leq 7$ ,  $g(x)$ :  $x \leq 7$ . (2)  $x_B = 7$ ,  $x_D = 2$ .

ב. (1)  $a = 1.63$ . (2)  $a = 1$ .



## מבחן בגרות מספר 33

קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

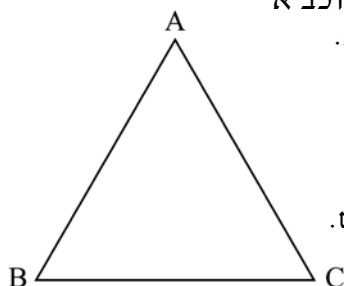
1.



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

בציור שלפניך מתואר מסלול לרכיבה באופניים בצורת משולש שווה צלעות ABC, שאורך צלעו a מטר. ביום מסוים יצאו שני רוכבי אופניים באותו הזמן מן הנקודה A לכיוון הנקודה B.

הם רכבו לאותו הכיוון לאורך המסלול המשולש. כל אחד מהם רכב במהירות קבועה. המהירות של רוכב א גדולה ב-2 מטרים לשנייה מן המהירות של רוכב ב. כאשר הגיע רוכב א אל הנקודה A לאחר שהשלים פעמים את המסלול המשולש, הגיע רוכב ב אל הנקודה B בפעם השנייה.



א. מצא את המהירות של כל אחד מרוכבי האופניים.  
ב. באיזו נקודה על המשולש יהיה רוכב ב, כאשר יגיע רוכב א אל הנקודה A אחרי שהשלים 5 פעמים את המסלול המשולש?

כאשר הגיע רוכב א אל הנקודה A אחרי שהשלים 5 פעמים את המסלול, הוא הסתובב והחל לרכוב לכיוון הנגדי- מן הנקודה A לכיוון הנקודה C - בלי לשנות את מהירותו.  
רוכב ב המשיך לרכוב בכיוון הנסיעה המקורי, בלי לשנות את מהירותו. הרוכבים נפגשו בנקודה M.  
ג. מצא על איזו צלע של המשולש נמצאת הנקודה M, ומצא באיזה יחס הנקודה M מחלקת את הצלע שמצאת.



למחרת שוב יצאו הרוכבים מן הנקודה A, רכבו לכיוון הנקודה B והמשיכו לרכוב במסלול המשולש, כל אחד מהם רכב באותה המהירות שרכב ביום שלפני כן. רוכב א חלף על פני רוכב ב בפעם הראשונה 6 דקות אחרי שיצאו לדרך.  
ד. מצא את היקף המשולש. נמק את תשובתך.

2. נתונה סדרה  $a_n$  המקיימת לכל  $n$  את הכלל:  $a_{n+1} + a_n = 6n + 5$   
א. הוכח כי מתקיים  $a_{n+2} = a_n + c$  (c הוא מספר קבוע), ומצא את c.  
ב. כתוב דוגמה לסדרה  $a_n$  המקיימת את הכלל, והיא אינה סדרה חשבונית (כתוב לפחות 4 איברים ראשונים בסדרה).



סרקו אותי  
לצפייה בפתרון

נתון כי הסדרה  $a_n$  כולה היא חשבונית.  
ג. חשב את  $a_1$ .

בנו סדרה חדשה בת  $2n+1$  איברים:  
 $a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_{2n+1} - (2n+1)$   
האיבר האמצעי בסדרה החדשה הוא 43.  
ד. חשב את סכום הסדרה החדשה.



בקופסה יש 12 כדורים כחולים, 20 כדורים אדומים ו- 8 כדורים צהובים. על 28 מן הכדורים רשומה הספרה 1, ועל השאר רשומה הספרה 0.

$\frac{1}{4}$  מן הכדורים שרשומה עליהם הספרה 1 הם צהובים.

מספר הכדורים האדומים שרשומה עליהם הספרה 1 גדול פי 4 ממספר הכדורים הכחולים שרשומה עליהם הספרה 0.

דני מוציא באקראי כדור מן הקופסה.

א. מה ההסתברות שהכדור שהוציא דני הוא כדור כחול ושרשומה עליו הספרה 1?

ב. אם ידוע שדני הוציא באקראי כדור כחול או כדור שרשומה עליו הספרה 1, מהי ההסתברות שהוא הוציא כדור שרשומה עליו הספרה 0?

דני החזיר את הכדור לקופסה, וכעת הוא משחק במשחק: הוא מוציא באקראי כדור מן הקופסה, רושם לעצמו את הספרה שעליו ומחזיר את הכדור לקופסה.

בכל פעם שהוא מוציא כדור שרשומה עליו הספרה 1 הוא צובר נקודה. הוא יפסיק לשחק כאשר יצבור 5 נקודות.

ג. מהי ההסתברות שדני יצבור 5 נקודות אחרי 6 פעמים בדיוק.

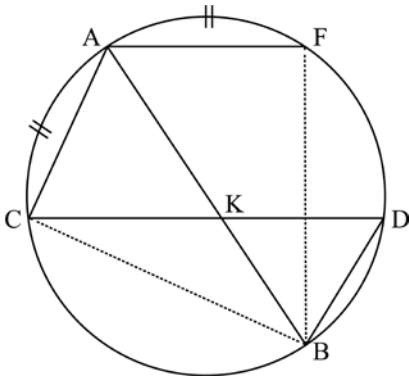
## פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4.



AB הוא קוטר במעגל. CD ו-AF הם שני מיתרים במעגל המקבילים זה לזה. AB ו-CD נחתכים בנקודה K (ראה ציור).



נתון כי  $\widehat{CA} = \widehat{AF}$

(הקשתות המסומנות בציור).

א. (1) הוכח כי  $\angle FAB = \angle CAB$ .

(2) הוכח כי  $BK = BD$ .

ב. הוכח כי המרובע AFKC הוא מעוין.

ג. נתון גם כי  $BD \cdot AB = CD \cdot AC$ .

(1) הוכח כי  $\triangle BDC \sim \triangle CAB$

(2) הוכח כי CD הוא קוטר במעגל.

5.



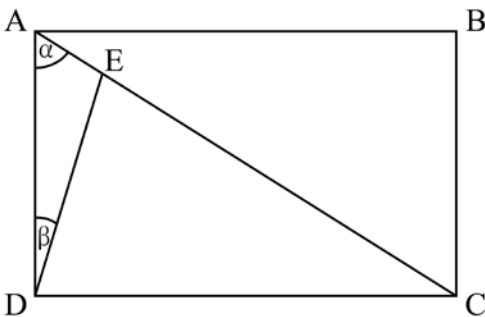
נתון מלבן ABCD. הנקודה E נמצאת על האלכסון AC (ראה ציור).

נתון כי  $\angle DAC = \alpha$ ,

$\angle ADE = \beta$ .

$R_1$  הוא רדיוס המעגל החוסם את המלבן ABCD.

$R_2$  הוא רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE.



א. הבע את היחס  $\frac{R_1}{R_2}$

באמצעות  $\alpha$  ו- $\beta$ .

ב. הראה כי כאשר  $\alpha = \beta$

מתקיים  $\frac{R_1}{R_2} < 2$ .

ג. נתון כי  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 15^\circ$ .

(1) הראה כי  $\triangle DEC$  הוא משולש

שווה שוקיים.

(2) הבע את  $BE^2$  באמצעות  $R_1$ .

## פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות, של פונקציות שורש ושל פונקציות טריגונומטריות

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8.

6. ▶



נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot \cos 2x + \sin^2 x$  המוגדרת בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .  
a הוא פרמטר.

א. האם הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית או אי-זוגית או אף לא אחת מהן?  
נמק.

ב. מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$   
(הבע באמצעות a אם צריך), אם נתון כי הפונקציה אינה קבועה?  
קבע את סוגן בהתאם לערך של a (התייחס לשתי האפשרויות  
עבור a).

ג. מצא את הערך של a שעבורו הפונקציה  $f(x)$  היא קבועה. נמק.

נתון  $a > 1$ .

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

ה. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי

ציר ה-x שווה ל-12. מצא את a.

7. ▶



נתון מעגל ובו קוטר AB. רדיוס המעגל הוא 10. הנקודה P נמצאת על

הקוטר AB בין מרכז המעגל ובין הנקודה B.

דרך הנקודה P מעבירים אנך ל-AB החותך את המעגל בנקודות C ו-D.

מצא את השטח המקסימלי של המשולש ACD.

8. ▶



נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + bx - c}{x^2 - 4}$ .  $c$  ו- $b$  הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.

ב. מצא את  $b$ .

נתון: לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$  בין שתי האסימפטוטות האנכיות שלה.

ג. מצא את תחום הערכים של  $c$ .

ד. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה (הבע באמצעות  $c$  אם צריך).

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ , וסרטט

סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$  המוגדרת באותו תחום שבו

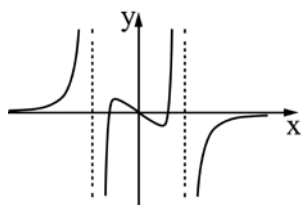
מוגדרות הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$ .

לפניך גרפים III-I.

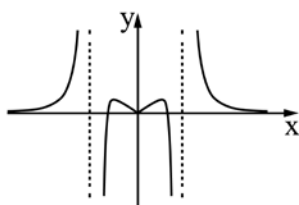
(1) איזה מן הגרפים, III-I, הוא גרף הפונקציה  $g(x)$ ? נמק

(2) הבע באמצעות  $c$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$

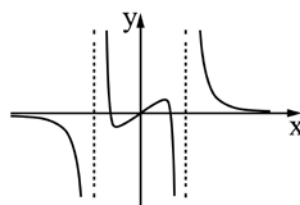
ועל ידי ציר ה- $x$ .



III



II



I

## תשובות למבחן בגרות מספר 33 – קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב:

1. א. מהירות רוכב א': 6 מ"שנייה. מהירות רוכב ב': 4 מ"שנייה

ב. רוכב ב' יהיה על נקודה B. ג.  $\frac{BM}{MC} = \frac{4}{1}$  M, נמצאת בין B ל- C.

ד.  $P_{\triangle ABC} = 720$  מ'.

2. א.  $c = 6$  . ב.  $0, 11, 6, 17, \dots$  . ג.  $a_1 = 4$  . ד. סכום הסדרה החדשה הוא : 1,763 .

3. א.  $\frac{9}{40}$  . ב.  $\frac{3}{31}$  . ג. 0.252105 .

4. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) הוכחה

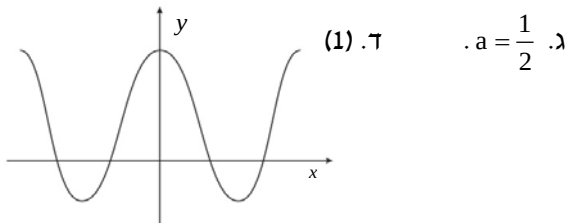
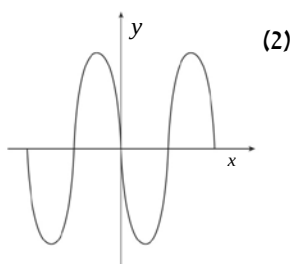
5. א.  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$  . ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2)  $BE^2 = R_1^2(4 - \sqrt{3})$  .

6. א.  $f(x)$  זוגית. ב. עבור  $a < \frac{1}{2}$  :

$$\min(-\pi, a), \max(-\frac{\pi}{2}, 1-a), \min(0, a), \max(\frac{\pi}{2}, 1-a), \min(\pi, a)$$

עבור  $a > \frac{1}{2}$  :

$$\max(-\pi, a), \min(-\frac{\pi}{2}, 1-a), \max(0, a), \min(\frac{\pi}{2}, 1-a), \max(\pi, a)$$

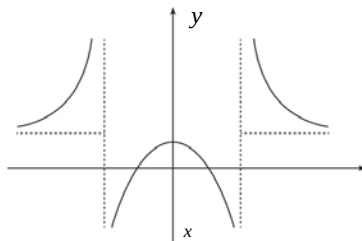


ה.  $a = 2$  .

$$S_{\triangle ACD} = 75\sqrt{3} \quad .7$$

8. א.  $x \neq -2, x \neq 2$  . ב.  $b = 0$  . ג.  $0 < c < 4$  . ד.  $\max(0, \frac{c}{4})$  .

(2)  $y = 1$  .



$$S = \frac{C^2}{16} \quad (2) \quad \text{ה. (1) III} .$$

## נוסחאון מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד

#### אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

השורשים:

$$(a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית:}$$

#### סדרות:

| סדרה הנדסית                                                                 | סדרה חשבונית                                             |            |
|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------|
| $\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$                | $\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$ | כלל נסיגה: |
| $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$                                                   | $a_n = a_1 + (n-1)d$                                     | איבר n-י:  |
| $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$<br>$S = \frac{a_1}{1-q}$ סכום איין-סופי: | $S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$                    | סכום:      |

גדילה ודעיכה: כעבור זמן  $t$ :  $M_t = M_0 \cdot q^t$ ,  $q$  – שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

#### לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

#### הסתברות

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- $k$  הצלחות מתוך  $n$  ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad p: \text{ההסתברות להצלחה}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

## טריגונומטריה וגאומטריה

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

משפט הסינוסים:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$  (R – רדיוס המעגל החוסם)

משפט הקוסינוסים:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$  ( $\gamma$  היא הזווית הכלואה בין a ל- b)

אורך קשת של  $\alpha$  רדיאנים:  $\ell = \alpha R$  שטח גזרה של  $\alpha$  רדיאנים:  $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

שטח משולש:  $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$  ( $\alpha$  היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

## גופים במרחב

פירמידה וחרוט: נפח:  $V = \frac{B \cdot h}{3}$  (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת:  $M = \pi R \ell$  (R – רדיוס העיגול,  $\ell$  – הקו היוצר)

## חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(x^t)' = t x^{t-1} \quad (t \text{ ממשי})$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

נגזרת של מכפלת פונקציות:

$$\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

נגזרת של מנה פונקציות:

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$$

נגזרת של פונקציה מורכבת:

$$u'(x) \text{ היא נגזרת של } u \text{ לפי } x \text{ (נגזרת פנימית)}$$

$$f'(u) \text{ היא נגזרת של } f \text{ לפי } u \text{ (נגזרת חיצונית)}$$



## אינטגרלים:

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממשי, } t)$$

$$\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C \quad \text{אם } F(x) \text{ היא פונקציה קדומה של הפונקציה } f(x):$$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

## מספרים מרוכבים

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad \text{משפט דה-מובר:$$

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[ \cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) \right] : z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad \text{פתרונות המשוואה}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

## וקטורים

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad \text{אורך של וקטור:}$$

$$\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a}) \quad \text{מישור דרך קצות הווקטורים } \underline{a}, \underline{b}, \underline{c} :$$

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha \quad \text{מכפלה סקלרית:}$$

$$\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|} \quad \text{מרחק בין נקודה } p \text{ למישור } \underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|} \quad \text{מציאת זווית בין הישר } \underline{a} + t\underline{b} \text{ למישור } \underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|} \quad \text{מציאת זווית בין המישורים } \underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0, \underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0 :$$

## גאומטריה אנליטית

### קו ישר:

שיפוע,  $m$ , של ישר העובר דרך הנקודות  $(x_1, y_1)$  ו- $(x_2, y_2)$ :  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר  $y = mx + b$  עם שיפוע  $m$ , העובר בנקודה  $(x_1, y_1)$ :  $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי הנקודה  $C$  המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע  $AB$  ביחס  $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$ :  $\left( \frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$

שני ישרים, בעלי שיפועים  $m_1, m_2$  מאונכים זה לזה אם ורק אם  $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה  $(x_0, y_0)$  מהישר  $Ax + By + C = 0$ :  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

### מעגל:

משוואת המשיק למעגל  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  בנקודה  $(x_0, y_0)$  על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

### פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה  $y^2 = 2px$  בנקודה  $(x_0, y_0)$  על הפרבולה:  $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

מדריך של פרבולה:  $x = -\frac{p}{2}$

מוקד של פרבולה:  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

### אליפסה:

משוואת אליפסה:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

מרחק המוקד מהראשית:  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים:  $r_1 + r_2 = 2a$

## צריכים עזרה?

באתר MY.GEVA מחכים לכם:

### וגם

פתרונות וידאו לעוד  
אלפי שאלות במגוון נושאים



### גם

פתרונות לשאלות  
בחינות הבגרות



למה אתם מחכים? כנסו ל-MY.GEVA.CO.IL וסדרו לעצמכם את הבגרות במתמטיקה.



## מכון לעתודה?

אל תבחר קורס פסיכומטרי לפני  
שבירת על הקורס של יואל גבע.

פסיכומטרי, בגרות, אנגלית מדוברת, GMAT  
MY.GEVA, הוצאת ספרים יואל גבע

יואל גבע  
לא מתפשרים.



0 7280000052 8  
דאנאקוד 728-52